Diskrete Mathematik Übung 1

Felix Lück

28. Oktober 2025

Aufgabe 1.1

(1)

Da $G \approx \overline{G}$ ist $E(G) = E(\overline{G})$, also ist die Anzahl aller möglichen Kanten mit n vielen Ecken gerade. Bekannterweise ist die Anzahl aller Kanten gegeben durch $\frac{n(n-1)}{2}$ und da nicht gleichzeitig n und $(n-1)$ gerade sein können muss entweder n oder $(n-1)$ durch 4 teilbar sein. Damit ist $n \equiv 0 \bmod 4$ oder $n \equiv 1 \bmod 4$.

(2)

Die Graphen mit 0 und 1 Ecken sind offensichtlicherweise selbstkomplementär, die Graphen mit 2 Ecken können nicht selbstkomplementär sein nach Teil (1) der Aufgabe. Es gibt 3 auf Isomorphie verschiedene Graphen mit 4 Ecken und 3 Kanten, davon ist einer selbstkomplementär:

$$\overline{(\{1,2,3,4\}, \{\{1,2\},\{1,3\},\{3,4\}\})} = (\{1,2,3,4\}, \{\{1,4\},\{2,3\},\{2,4\}\})$$

Aufgabe 1.2

Da alle 10 Personen 7 Bücher wählen müssen werden insgesamt $10 \cdot 7 = 70$ Favoriten gewählt. Um alle Bücher weniger als 4 mal zu wählen, müsste es also mindestens $\frac{70}{3} > 23$ Bücher in der Auswahl geben. Daher wird mindestens ein Buch mehr als 3 mal als Favorit gewählt.

Aufgabe 1.3

Da alle gefragten mindestens 7 Jahre wählen mussten ist die Zahl der gewählten Favoriten $n \geq 4100 \cdot 7 = 28700$. Weiterhin wurden alle Jahre gleich oft gewählt, also muss n durch 2025 teilbar sein. Das nächstgrößere Vielfache von 2025 ist $15 \cdot 2025 = 30375$, also ist $n \geq 30375$. Es wurde also jedes Jahr mindestens 15 mal gewählt.
Da 2025 mindestens 15 mal gewählt wurde und $\frac{15}{7} > 2$ ist, gibt es einen Wochentag der an dem mindestens 3 Leute Geburtstag haben.

Aufgabe 1.4

In K_n sind alle Ecken mit allen $n-1$ weiteren Verbunden.
Somit ist K_n $(n-1)$-regulär. Daher erfüllen folgende Beispiele die Anforderungen

(1)

$$K_3$$

(2)

$$K_{2091801476486845678342983275629194759027464572837563874563819463816568996130104761573481047668189 18}$$