

Dr. Tim Haga

13.10.2017

Klausur

im Modul Mathematische Grundlagen II

Name, Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

1. Hinweis: Dieses Deckblatt wird erst auf Anweisung der Aufsichtsführenden umgeblättert. Danach beginnt die Bearbeitungszeit.
2. Bearbeitungszeit: 120 Minuten
3. Zugelassene Hilfsmittel: Keine
4. Bewertungskriterien: Insgesamt sind 70 Punkte erreichbar. Mindestanforderung: Zusammen mit 15% der Punkte aus dem Übungsbetrieb: 65 Punkte ($\hat{=}$ Note 4,0)
5. Arbeitsanweisung
 - a) Name, Vorname und Matrikelnummer sind auf diesem Deckblatt einzutragen.
 - b) Diese Klausur wurde maschinell gelegt. Prüfen Sie daher, ob Ihr Exemplar aus 7 Aufgaben besteht.
 - c) Die Lösungen zu den Aufgaben sind auf der jeweiligen Seite und Rückseite einzutragen.
 - d) Achten Sie auf die Nachvollziehbarkeit Ihrer Lösungen.

Viel Erfolg!

Vom Prüfenden auszufüllen!

Punkte / Note / Handzeichen / Datum

1	2	3	4	5	6	7	Σ

Aufgabe 1. Betrachten Sie die Abbildung

$$\begin{aligned}\varphi: \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} &\longmapsto \begin{pmatrix} x \\ 2x - y \\ -z \end{pmatrix} .\end{aligned}$$

- a) Zeigen Sie, dass φ eine lineare Abbildung ist. (5 Punkte)
- b) Überprüfen Sie, ob φ invertierbar ist und geben Sie gegebenenfalls die inverse Abbildung an. (5 Punkte)

Aufgabe 2. Seien $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und B invertierbar. Zeigen Sie: Die Matrizen A und $B^{-1}AB$ haben das selbe charakteristische Polynom und es gilt: $b \in \mathbb{R}^n$ ist genau dann Eigenvektor von A , wenn $B^{-1}b$ Eigenvektor von $B^{-1}AB$ ist. (10 Punkte)

Aufgabe 3. Bestimmen Sie für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Eigenwerte und Eigenräume und beurteilen Sie, ob die Matrix A diagonalisierbar ist. (10 Punkte)

Aufgabe 4. Beurteilen Sie, ob die folgenden Reihen konvergent sind.

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{5 \cdot 3^n}$ (5 Punkte)

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$ (5 Punkte)

Aufgabe 5. Berechnen Sie das vierte Taylorpolynom von $f(x) = \cos(2x)$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = \frac{\pi}{2}$. (10 Punkte)

Aufgabe 6. Eine faire Münze wird viermal geworfen. Man interessiert sich für X = die Anzahl der Würfe, bei denen Zahl oben ist.

- a) Geben Sie die Träger T von X an und bestimmen Sie für jedes $x \in T$ die Wahrscheinlichkeit $P\{X = x\}$. (5 Punkte)
- b) Geben Sie den Erwartungswert und die Varianz von X an. (5 Punkte)

Aufgabe 7. Aus einer normalverteilten Grundgesamtheit mit bekannter Standardabweichung $\sigma = 4$ wird folgende Stichprobe entnommen:

29,40,43,37,38,36,44,48,39,45,41,42,39,33,44,42

- a) Schätzen Sie den Erwartungswert μ der Grundgesamtheit. (5 Punkte)
- b) Geben Sie ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert zur Sicherheit 98% an. (5 Punkte)

Tabelle der Werte der Standardnormalverteilung $\Phi(x)$ für $0.00 \leq x \leq 4.59$.

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.500000	0.503989	0.507978	0.511966	0.515953	0.519939	0.523922	0.527903	0.531881	0.535856
0.1	0.539828	0.543795	0.547758	0.551717	0.555670	0.559618	0.563559	0.567495	0.571424	0.575345
0.2	0.579260	0.583166	0.587064	0.590954	0.594835	0.598706	0.602568	0.606420	0.610261	0.614092
0.3	0.617911	0.621720	0.625516	0.629300	0.633072	0.636831	0.640576	0.644309	0.648027	0.651732
0.4	0.655422	0.659097	0.662757	0.666402	0.670031	0.673645	0.677242	0.680822	0.684386	0.687933
0.5	0.691462	0.694974	0.698468	0.701944	0.705401	0.708840	0.712260	0.715661	0.719043	0.722405
0.6	0.725747	0.729069	0.732371	0.735653	0.738914	0.742154	0.745373	0.748571	0.751748	0.754903
0.7	0.758036	0.761148	0.764238	0.767305	0.770350	0.773373	0.776373	0.779350	0.782305	0.785236
0.8	0.788145	0.791030	0.793892	0.796731	0.799546	0.802337	0.805105	0.807850	0.810570	0.813267
0.9	0.815940	0.818589	0.821214	0.823814	0.826391	0.828944	0.831472	0.833977	0.836457	0.838913
1.0	0.841345	0.843752	0.846136	0.848495	0.850830	0.853141	0.855428	0.857690	0.859929	0.862143
1.1	0.864334	0.866500	0.868643	0.870762	0.872857	0.874928	0.876976	0.879000	0.881000	0.882977
1.2	0.884930	0.886861	0.888768	0.890651	0.892512	0.894350	0.896165	0.897958	0.899727	0.901475
1.3	0.903200	0.904902	0.906582	0.908241	0.909877	0.911492	0.913085	0.914657	0.916207	0.917736
1.4	0.919243	0.920730	0.922196	0.923641	0.925066	0.926471	0.927855	0.929219	0.930563	0.931888
1.5	0.933193	0.934478	0.935745	0.936992	0.938220	0.939429	0.940620	0.941792	0.942947	0.944083
1.6	0.945201	0.946301	0.947384	0.948449	0.949497	0.950529	0.951543	0.952540	0.953521	0.954486
1.7	0.955435	0.956367	0.957284	0.958185	0.959070	0.959941	0.960796	0.961636	0.962462	0.963273
1.8	0.964070	0.964852	0.965620	0.966375	0.967116	0.967843	0.968557	0.969258	0.969946	0.970621
1.9	0.971283	0.971933	0.972571	0.973197	0.973810	0.974412	0.975002	0.975581	0.976148	0.976705
2.0	0.977250	0.977784	0.978308	0.978822	0.979325	0.979818	0.980301	0.980774	0.981237	0.981691
2.1	0.982136	0.982571	0.982997	0.983414	0.983823	0.984222	0.984614	0.984997	0.985371	0.985738
2.2	0.986097	0.986447	0.986791	0.987126	0.987455	0.987776	0.988089	0.988396	0.988696	0.988989
2.3	0.989276	0.989556	0.989830	0.990097	0.990358	0.990613	0.990863	0.991106	0.991344	0.991576
2.4	0.991802	0.992024	0.992240	0.992451	0.992656	0.992857	0.993053	0.993244	0.993431	0.993613
2.5	0.993790	0.993963	0.994132	0.994297	0.994457	0.994614	0.994766	0.994915	0.995060	0.995201
2.6	0.995339	0.995473	0.995604	0.995731	0.995855	0.995975	0.996093	0.996207	0.996319	0.996427
2.7	0.996533	0.996636	0.996736	0.996833	0.996928	0.997020	0.997110	0.997197	0.997282	0.997365
2.8	0.997445	0.997523	0.997599	0.997673	0.997744	0.997814	0.997882	0.997948	0.998012	0.998074
2.9	0.998134	0.998193	0.998250	0.998305	0.998359	0.998411	0.998462	0.998511	0.998559	0.998605
3.0	0.998650	0.998694	0.998736	0.998777	0.998817	0.998856	0.998893	0.998930	0.998965	0.998999
3.1	0.999032	0.999065	0.999096	0.999126	0.999155	0.999184	0.999211	0.999238	0.999264	0.999289
3.2	0.999313	0.999336	0.999359	0.999381	0.999402	0.999423	0.999443	0.999462	0.999481	0.999499
3.3	0.999517	0.999534	0.999550	0.999566	0.999581	0.999596	0.999610	0.999624	0.999638	0.999651
3.4	0.999663	0.999675	0.999687	0.999698	0.999709	0.999720	0.999730	0.999740	0.999749	0.999758
3.5	0.999767	0.999776	0.999784	0.999792	0.999800	0.999807	0.999815	0.999822	0.999828	0.999835
3.6	0.999841	0.999847	0.999853	0.999858	0.999864	0.999869	0.999874	0.999879	0.999883	0.999888
3.7	0.999892	0.999896	0.999900	0.999904	0.999908	0.999912	0.999915	0.999918	0.999922	0.999925
3.8	0.999928	0.999931	0.999933	0.999936	0.999938	0.999941	0.999943	0.999946	0.999948	0.999950
3.9	0.999952	0.999954	0.999956	0.999958	0.999959	0.999961	0.999963	0.999964	0.999966	0.999967
4.0	0.999968	0.999970	0.999971	0.999972	0.999973	0.999974	0.999975	0.999976	0.999977	0.999978
4.1	0.999979	0.999980	0.999981	0.999982	0.999983	0.999983	0.999984	0.999985	0.999985	0.999986
4.2	0.999987	0.999987	0.999988	0.999988	0.999989	0.999989	0.999990	0.999990	0.999991	0.999991
4.3	0.999991	0.999992	0.999992	0.999993	0.999993	0.999993	0.999993	0.999994	0.999994	0.999994
4.4	0.999995	0.999995	0.999995	0.999995	0.999996	0.999996	0.999996	0.999996	0.999996	0.999996
4.5	0.999997	0.999997	0.999997	0.999997	0.999997	0.999997	0.999997	0.999998	0.999998	0.999998