Universität Bremen

Dr. Tim Haga

Mathematik 1
WS 2022/23

Übungsblatt 5

Präsenzübungen

P1. Wenden Sie den euklidischen Algorithmus an um den ggT von 72 und 98 zu berechnen.

P2. Die Fibonacci-Zahlen F_n sind rekursiv definiert durch:

i) Man setzt: $F_0 := 1$ und $F_1 := 1$

ii) Für $n \in \mathbb{N}, n > 1$ setzt man: $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$.

Aufgaben:

a) Bestimmen Sie die ersten 10 Fibonacci-Zahlen.

b) Bestimmen Sie $2F_0 + \sum_{k=1}^{n} F_k$ für $n = 1, \ldots, 8$.

P3. Seien die Fibonacci-Zahlen wie in Aufgabe **P2.** definiert. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$2F_0 + \sum_{k=1}^{n} F_k = F_{n+2}$$

Verständnisfragen

Diese Aufgaben dienen ihrer Selbstkontrolle.

*1. Was ist der Betrag einer ganzen Zahl?

2. Warum ist die Relation $\sim \subseteq (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \times (\mathbb{N} \times \mathbb{N})$ definiert durch $(m, n) \sim (m', n') :\Leftrightarrow m + n' = m' + n$ eine Äquivalenzrelation?

3. Warum erfüllen die ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ die Peano-Axiome nicht?

4. Wie kann man die natürlichen Zahlen in die ganzen Zahlen einbetten?

5. Warum ist Teilbarkeitsrelation auf den ganzen Zahlen keine Halbordnung, auf den natürlichen Zahlen aber schon?

6. Warum ist die Division mit Rest eindeutig?

*7. Wann heißen zwei Zahlen kongruent (modolo m) zueinander?

*8. Was ist der größte gemeinsame Teiler zweier ganzen Zahlen?

Bitte wenden!

9. Wie funktioniert der (erweiterte Euklidische Algorithmus?
10. Was für eine Relation ist diese Kongruenzrelation?

*11. Was ist $n\mathbb{Z}$?