Universität Bremen

Dr. Tim Haga

Mathematik 1
WS 2022/23

Übungsblatt 6

Präsenzübungen

P1. Nutzen Sie den *erweiterten* euklidischen Algorithmus, um Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ zu finden, welche die Gleichung $34a + 89b = 1$ lösen.

P2. Zeigen Sie: Unter neun beliebigen natürlichen Zahlen gibt es stets zwei Zahlen a, b, so dass gilt: $8 \mid (a - b)$.

P3. Bestimmen Sie die Anzahl der natürlichen Zahlen $1 \leq n \leq 100$, welche durch 2 oder 3 teilbar sind.

P4. Zeigen Sie: Sind a, b reelle Zahlen, so gilt für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Verständnisfragen

Diese Aufgaben dienen ihrer Selbstkontrolle.

*1. Was ist ein Binomialkoeffizient?

*2. Was besagt der binomische Lehrsatz?

*3. Was ist die Fakultät einer natürlichen Zahl?

*4. Was besagt das Schubfachprinzip?

5. Warum funktioniert das Schubfachprinzip bei unendlichen Mengen (nicht)?

6. Wie viele injektive Abbildungen gibt es von einer zehnelementigen Menge in eine zwölfelementige Menge?

*7. Was besagt das Prinzip von Inklusion-Exklusion?

8. Wieviele natürliche Zahlen $1 \leq n \leq 100$ lassen sich nicht durch 2, 3 oder 8 teilen?

9. Gilt das Prinzip von Inklusion-Exklusion auch für unendliche Mengen? Begründung?

10. Zeigen Sie, dass für $n, k \in \mathbb{N}$ mit $0 \leq k \leq n$ gilt:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$