

Übungsblatt 8

Präsenzübungen

- P1. Bestimmen Sie die Einheiten von $(\mathbb{Z}_{15}, +, \cdot)$.
- P2. Zeigen Sie: Alle Gruppen der Ordnung 4 sind abelsch.
- P3. Betrachten Sie die Gruppe $G = (\mathbb{Z}_{10}^*, \cdot)$.
 - a) Bestimmen Sie die Ordnung von G .
 - b) Stellen Sie die Verknüpfungstafel für G auf.
- P4. Bekannterweise ist $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ ein Körper. Überprüfen Sie, ob $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ ebenfalls ein Körper ist.

Verständnisfragen

Diese Aufgaben dienen ihrer Selbstkontrolle.

- *1. Wie ist ein Ring definiert?
2. Geben Sie Beispiele für Ringe an.
3. Geben Sie ein Beispiel für einen Ring an, der kein Körper ist.
4. Was ist der Unterschied zwischen einem kommutativen, nullteilerfreien Ring mit Eins und einem Körper?
5. Was ist ein Restklassenring?
6. Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring mit Eins. Zeigen Sie: (R^*, \cdot) ist eine Gruppe.
- *7. Was ist eine Einheit?
- *8. Was ist ein Nullteiler?
- *9. Was ist eine Körper?
10. Warum fordert man bei der Definition des Polynomrings $R[X]$, dass R kommutativ mit Eins sein soll?
11. Wie kann man einen Polynomring in mehreren Unbestimmten definieren?