

Übungsblatt 9

Präsenzübungen

P1. Beweisen oder widerlegen Sie: Gilt für die Vektoren $x, y, z \in \mathbb{R}^n$, dass die Mengen $\{x, y\}$, $\{x, z\}$ und $\{y, z\}$ jeweils linear unabhängig sind, so ist auch die Menge $\{x, y, z\}$ linear unabhängig.

P2. Gegeben sei die Basis $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Geben Sie den Vektor $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Linearkombination der Basisvektoren an.

P3. Überprüfen Sie, ob die folgende Menge von Vektoren linear unabhängig ist:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

P4. Lösen Sie das folgende reelle lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 &= 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Verständnisfragen

Diese Aufgaben dienen ihrer Selbstkontrolle.

- *1. Wann heißt eine Menge von Vektoren Basis?
- *2. Was ist die Standardbasis?
- *3. Was ist die (euklidische) Norm eines Vektors?
- *4. Was ist der Einheitskreis?
- *5. Wie ist der Kosinus definiert?
- *6. Wie ist das Standardskalarprodukt definiert?
- 7. Was ist der Zusammenhang von Winkel und Skalarprodukt?

- *8. Wie ist ein Vektorraum definiert?
- *9. Was ist ein Untervektorraum?
- 10. Geben Sie für jedes der Vektorraumaxiome V1-V4 jeweils eine Struktur an, die alle Vektorraumaxiome bis auf dieses eine erfüllt.
- 11. Geben Sie, falls möglich, einen Vektorraum an mit
 - a) 2 Elementen
 - b) 5 Elementen
 - c) 32 Elementen
 - d) 81 Elementen
- *12. Was ist der von einer Menge S erzeugte Vektorraum?
- *13. Was ist ein Erzeugendensystem?
- *14. Wann heißen Vektoren linear unabhängig?
- *15. Was ist eine Basis?
- *16. Was ist die Dimension eines Vektorraums?
- *17. Was ist ein lineares Gleichungssystem?
- *18. Wann heißt ein lineares Gleichungssystem homogen/inhomogen?
- *19. Welche Umformungen sind beim Lösen eines linearen Gleichungssystems erlaubt?
- *20. Wie funktioniert das Gauß-Jordan-Verfahren?
- 21. Wieviele Lösungen kann ein homogenes/inhomogenes lineares Gleichungssystem haben?
- 22. Wann ist eine Matrix in Zeilenstufenform
- *23. Was ist die Transponierte einer Matrix?
- *24. Wann heißt eine Matrix symmetrisch?