

Übungsblatt H-5

Hausübungen

- H1.** Geben Sie eine Menge $M = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ von fünf Vektoren in \mathbb{R}^3 an, so dass jede dreielementige Teilmenge von M eine Basis von \mathbb{R}^3 bildet. (10 Punkte)
- H2.** Betrachten Sie, die Menge der Polynome vom Grad ≤ 5 mit Koeffizienten aus dem Körper K . Zeigen Sie, dass diese Menge mit der Addition und Skalarmultiplikation (also der Multiplikation von Polynomen mit einem Element $\lambda \in K$) einen Vektorraum bildet. Geben Sie eine Basis an. (10 Punkte)
- H3.** Geben Sie die Lösung des reellen linearen Gleichungssystems an, das durch die folgende erweiterte Koeffizientenmatrix gegeben ist:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -3 & 7 \\ 4 & 0 & 3 & 1 & 9 \\ 2 & -5 & 1 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & -1 & 2 & -2 \end{array} \right)$$

(10 Punkte)

- H4.** Bringen Sie die reelle Matrix

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -3 & 1 \\ -5 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 2 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

auf Zeilenstufenform. Lesen Sie die Determinante ab. (10 Punkte)

- H5.** Zeigen Sie, dass die Leibniz-Formel

$$\det(A) = \sum_{\sigma \in S_n} \text{sign}(\sigma) a_{1\sigma(1)} a_{2\sigma(2)} \cdots a_{n\sigma(n)}$$

für 2×2 -Matrizen der Definition entspricht und für 3×3 -Matrizen äquivalent zu der Regel von Sarrus ist. (10 Punkte)

Hinweis: Die Regel von Sarrus ist Ihnen vielleicht aus der Schule bekannt. Sie besagt, dass die Determinante einer 3×3 -Matrix sich mit der folgenden Merkregel bestimmen lässt:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

Abgabe der Hausübungen bis Freitag den 20.01.2023 um 10:14 Uhr (Ausschlussfrist)

Mathematik 1: Logik, Kombinatorik und Lineare Algebra

Hausübung H5

Tutorium-Nummer:

Tutorin:

Mitglieder:

Mit der Abgabe der Bearbeitung erklären alle Mitglieder der Gruppe, dass die Aufgaben eigenständig bearbeitet worden sind.

Bewertung

Aufgabe	erreichte Punkte
H1	/10
H2	/10
H3	/10
H4	/10
H5	/10

Gesamtpunkte: /50