Prof. Dr. Anastasios Stefanou
Dr. Tim Haga

Mathematik 2
SS 2023

Übungsblatt 1

Sei S eine halbgeordnete Menge mit Halbordnung $\leq$. Eine Menge $M \subseteq S$ heißt *nach oben beschränkt*, wenn es ein Element $k \in S$ gibt, sodass $x \leq k$ für alle $x \in M$. k heißt *obere Schranke* von M.
Ist eine Menge M nach oben beschränkt, so gibt es oft mehrere obere Schranken von M. Die kleinste obere Schranke von M heißt *Supremum* von M, symbolisch $\sup M$.
Das Supremum einer Menge ist, falls es existiert, eindeutig bestimmt.
Analog definiert man:
Sei S eine halbgeordnete Menge mit Halbordnung $\leq$. Eine Menge $M \subseteq S$ heißt *nach unten beschränkt*, wenn es ein Element $r \in S$ gibt, sodass $r \leq x$ für alle $x \in M$. r heißt *untere Schranke* von M.
Ist eine Menge M nach unten beschränkt, so gibt es oft mehrere untere Schranken von M. Die größte untere Schranke von M heißt *Infimum* von M, symbolisch $\inf M$.
Supremum und Infimum einer Teilmenge M müssen nicht unbedingt selbst in M liegen. Gilt aber für das Supremum $\sup M$ einer Menge M, dass $\sup M \in M$, so ist $\sup M$ das größte Element von M und wird *Maximum* von M, kurz $\max M$, genannt. Analog formulieren wir: Gilt für das Infimum $\inf M$ einer Menge M, dass $\inf M \in M$, so ist $\inf M$ das kleinste Element von M und wird *Minimum* von M, kurz $\min M$, genannt.
Präsenzübungen

P1. Schreiben Sie die Ausdrücke jeweils als einzigen Bruch und vereinfachen Sie soweit wie möglich:

a) $\frac{1}{x-y} - \frac{1}{y-x}$

b) $\frac{5}{b-1} - \frac{6b}{b^2-1} - \frac{1-2b}{b+b^2}$

c) $\frac{(3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 4 \cdot 10^3}{10^{-1}}$

d) $(2a^2)^2 \frac{1}{(2a)^3} \frac{1}{a^{-1}}$

P2. Lösen Sie nach x auf:

a) $w = \frac{1}{2} v \left(1 - \frac{1+k}{1+\frac{a}{x}}\right)$

b) $\frac{A}{2} = \frac{b}{a\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)}$

Bitte wenden!

P3. Bestimmen Sie – falls vorhanden – Supremum, Infimum, Maximum und Minimum der folgenden Mengen. Geben Sie auf jeden Fall immer eine obere und eine untere Schranke an. (10 Punkte)

a) $(2,4) \subset \mathbb{R}$

b) $[0,3) \subset \mathbb{R}$

c) $[2,4] \subset \mathbb{R}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x^2 < 2\}$

e) $(2,4) \subset \mathbb{Q}$

f) $[2,4) \subset \mathbb{Q}$

g) $[2,4] \subset \mathbb{Q}$

h) $\{x \in \mathbb{Q} \mid 0 < x^2 < 2\}$

i) $(2,4) \subset \mathbb{N}$

j) $[2,4) \subset \mathbb{N}$

k) $[2,4] \subset \mathbb{N}$

l) $\{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x^2 < 2\}$