

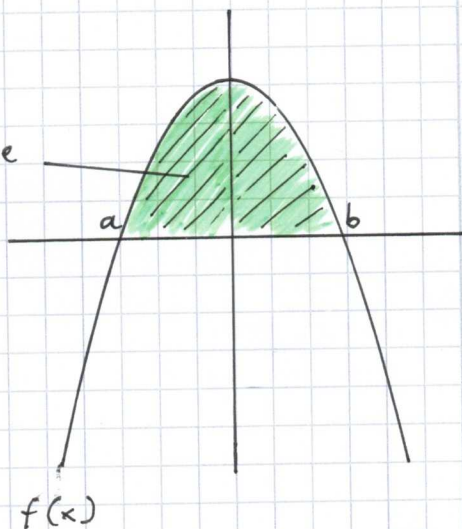
Integrale:

$$\int_a^b f(x) dx$$

$$= [F(x)]_a^b$$

$$= F(b) - F(a)$$

Fläche



Unbestimmtes Integral

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Regeln:

$$f(x) = x^n \rightarrow F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$$

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$
$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

Summenregel

$$\int f(x) + g(x) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

Integrieren vor Wurzeln:

$$\int \sqrt{x} dx = \frac{1}{\frac{1}{2}+1} \cdot x^{\frac{1}{2}+1} + C$$
$$= \frac{1}{\frac{3}{2}} x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3} (x^{\frac{1}{2}})^3 + C$$
$$= \frac{2}{3} (\sqrt{x})^3 + C$$

Steigung:

$$s[x] = \tan(s[0]) \cdot 700$$

$$s[0] = \frac{\tan^{-1}(s[x])}{700}$$

- Nullstellen bestimmen erweitert

Horner-Schema

$$f(x) = -x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \quad x_0 = 1$$

$$\begin{array}{r}
 1x^3 - 2x^2 - 5x^1 + 6x^0 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 1x^2 - 1x^1 - 6x^0 \quad 0
 \end{array}$$

↑ Nullstelle ↖ muss null sein

$$f(x) = x^2 - x - 6 \Rightarrow PQ$$

Polynomdivision

$$(x^3 - 2x^2 - 5x + 6) : (x - 1) = x^2 - x - 6$$

↖ Nullstelle = -1

$$\begin{array}{r}
 -(x^3 - x^2) \quad - \\
 \hline
 -x^2 - 5x \\
 -(-x^2 + x) \\
 \hline
 -6x + 6 \\
 -(-6x + 6) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Bei Biquadratischen Funktionen

$$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$$

$$\underline{\underline{z = x^2}}$$

$$f(z) = az^2 + bz + c$$

$$z_1 = 9 \quad z_2 = 4$$

$$x^2 = 9 \quad x^2 = 4$$

$$x_1 = -3 \quad x_3 = -2$$

$$x_2 = 3 \quad x_4 = 2$$

Analysis Grundlagen

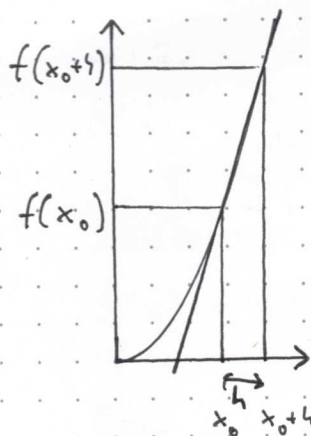
• ganzrationale Funktionen

$$g(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} \dots a_1 x$$

- max Anzahl der Nullstellen entspricht n

- wenn n ungerade min. 1 Nullstelle

• Ableiten:



$$h_T = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Regel 1:

$$f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3x^2$$

$$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

Regel 2: (Faktorregel)

$$f(x) = r \cdot g(x) \rightarrow f'(x) = r \cdot g'(x)$$

Regel 3: (Summenregel)

$$f(x) = h(x) + g(x) \rightarrow f'(x) = h'(x) + g'(x)$$

• Binomische Formel in $n > 2$

$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} 1 \\ 1 \ 1 \end{array} \rightarrow (a+b)^2 = 1 a^2 b^0 + 2 a^1 b^1 + 1 a^0 b^2 \\ \begin{array}{c} 1 \ 2 \ 1 \\ 1 \ 3 \ 3 \ 1 \end{array} \rightarrow (a+b)^3 = 1 a^3 b^0 + 3 a^2 b^1 + 3 a^1 b^2 + 1 a^0 b^3 \\ \begin{array}{c} 1 \ 3 \ 3 \ 1 \\ 1 \ 6 \ 6 \ 4 \ 1 \\ 1 \ 10 \ 10 \ 5 \ 1 \end{array} \\ \vdots \end{array}$$

• Extremstellen bestimmen

- Notwendig $f'(x) = 0$

- $f''(x) > 0 \Rightarrow TP$

$f''(x) < 0 \Rightarrow HP$

$f''(x) = 0 \Rightarrow$ keine Extremstelle

$\Rightarrow$ Sattelpunkt

1. Ableitung gibt
Steigung an.

2. Ableitung gibt
Krümmung an.

• Wendepunkt bestimmen

- Notwendig $f''(x) = 0$ $f'''(x) \neq 0 \Rightarrow$ Sonderfälle

$f'''(x) < 0 \Rightarrow LR$ $f'''(x) > 0 \Rightarrow RL$

• Nullstellen bestimmen

- $f(x) = (x-2) \cdot (x+4)$

$\rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = -4$

- $f(x) = x^2 - 10 \Rightarrow 10 = x^2 \quad | \sqrt{\quad}$

$\rightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{10}$

- $f(x) = x^2 - 8x \Rightarrow f(x) = x \cdot (x-8)$

$\rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = 8$

- Quadratische Ergänzung

$f(x) = x^2 + 6x - 2x - 8$

$f(x) = x^2 + 2x - 8 \quad +7-7$

$f(x) = (x+1)^2 - 9$

$9 = (x+1)^2 \quad | \sqrt{\quad}$

$\pm \sqrt{9} - 1 = x_{1/2}$

- PQ-Formel

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Erweitertes Ableiten:

Differenzregel:

$$f(x) = g(x) - h(x) \rightarrow f'(x) = g'(x) - h'(x)$$

Product regel:

$$f(x) = g(x) \cdot h(x) \rightarrow f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$$

Quotientenregel:

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \rightarrow f'(x) = \frac{h(x) \cdot g'(x) - g(x) \cdot h'(x)}{(h(x))^2}$$

Kettenregel:

$$f(x) = g(h(x)) \rightarrow f'(x) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$$

Besondere Ableitungen:

$$f(x) = \sqrt{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow f(x) = x^{\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$$

$$f(x) = \ln(x) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} \rightarrow f'(x) = \ln(7x+3) = \frac{5}{7x+3}$$

$$f(x) = \sin(x) \rightarrow f'(x) = \cos(x)$$

$$f(x) = \cos(x) \rightarrow f'(x) = -\sin(x)$$

$$f(x) = \tan(x) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

Rotationsvolumen:

$$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx$$

Symmetrie

Spiegelsymmetrisch = nur gerade Exponenten

Punktsymmetrisch = nur ungerade Exponenten

PQ:

$$f(x) = x^2 + px + q$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Quadratische Ergänzung:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow f(x) = a(x-d)^2 + e$$

Beispiel:

$$2x^2 + 12x + 17$$

$$2(x^2 + 6x) + 17$$

$$2(x^2 + 6x + 3^2 - 3^2) + 17$$

$$2((x+3)^2 - 3^2) + 17$$

$$2(x+3)^2 - 18 + 17$$

$$2(x+3)^2 - 1$$

$$6x = 2 \cdot 3x$$

Exponentialfunktionen

$$f(x) = x^2 \rightarrow \text{Potenzfunktion}$$

$$e \approx 2,7$$

$$f(x) = 2^x \rightarrow \text{Exponentialfunktion}$$

$$f(x) = e^x \rightarrow \text{natürliche Exponentialfunktion}$$

$$x^0 = 1$$

$$x^0 = \infty \quad x > 1 \quad x^0 = 0 \quad x < 1$$

$$x^{-\infty} = 0 \quad x > 1 \quad x^{-\infty} = \infty \quad x < 1$$

$$f(x) = e^x$$

$$f(x) = e^{3x+7}$$

$$f(x) = e^{-x}$$

$$f'(x) = e^x$$

$$f'(x) = e^{3x+7} \cdot 3$$

$$f(x) = e^{-x} \cdot -1 = -e^{-x}$$

$$f(x) = (x^3 + 7) \cdot e^x \quad e^x \rightarrow e^x \cdot 0$$

$$f'(x) = 3x^2 \cdot e^x + (x^3 + 7) \cdot e^x \quad x^3 \rightarrow 3x^2$$

Quadratische Funktionen, verschiedene Darstellungsförmern A-10

Faktoriisierte Form

$$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$$

x_1 = Nullstelle 1

x_2 = Nullstelle 2

a = Steigung

$f(x) = 2x^2 - 6x + 8$ | PD
 $x_{M/2} = -\frac{b}{2a} = \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 8}$
 $x_{M/2} = -3 \pm 1$
 $x_1 = -4$ $x_2 = -2$
 Nullstellen berechnen
 multiplizieren
 $f(x) = 2(x-2)(x-4)$
 $f(x) = 2x^2 - 6x + 8$

Normalform Form

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

a = Steigung

b = x-Achse. (relativ)

c = y-Achse

$f(x) = (x+4)^2 + 10$ | A
 $f(x) = x^2 + 8x + 26$
 multiplizieren
 quadratische Ergänzung
 $f(x) = x^2 + 8x + 16 - 16 + 26$
 $f(x) = (x^2 + 8x + 16) - 16 + 26$
 $f(x) = (x+4)^2 + 10$

Scheitelpunkt Form

$$f(x) = a(x-d)^2 + e$$

e = Scheitelpunkt y

d = Scheitelpunkt x

a = Steigung

Mat Symmetrie

Punktsymmetrie:

$$f(x) = -f(-x) \Rightarrow \text{nur ungerade Exponenten}$$

Achsensymmetrie

$$f(x) = f(-x) \Rightarrow \text{nur gerade Exponenten}$$

$$h(x) = f(x) \cdot (g(x))^3 \quad f(x) \text{ AS} \quad g(x) \text{ PS}$$

$$\Rightarrow \text{Gerade} + \text{Ungerade} = \text{Ungerade}$$

$$\text{AS} \cdot \text{PS} = \text{PS}$$

$$\text{PS} \cdot \text{PS} = \text{AS}$$

$$\text{AS} \cdot \text{AS} = \text{AS}$$

$(\text{PS})^n$

wenn n gerade ist dann $\Rightarrow \text{AS}$

wenn n ungerade dann $= \text{PS}$

Wiederholung

20.8.19

Addition:

$$\begin{array}{r} 358764 \leftarrow \text{erste Zahl} \\ + 2488 \leftarrow \text{zweite Zahl} \\ \hline 111 \leftarrow \text{Übertag} \\ 383644 \leftarrow \text{Ergebnis} \end{array}$$

Subtraktion:

$$\begin{array}{r} 10 \leftarrow \text{Übertag (durchstreichen und darüber schreiben)} \\ 358784 \leftarrow \text{erste Zahl} \\ - 2488 \leftarrow \text{zweite Zahl} \\ \hline 333884 \leftarrow \text{Ergebnis} \end{array}$$

Multiplikation:

$$\begin{array}{r} 896 \cdot 271 \leftarrow \text{erste Zahl} \quad \text{zweite Zahl} \\ \hline 1792 \leftarrow \text{Ergebnis pro Stelle der zweiten Zahl} \\ 6272 \\ \hline 17920 \leftarrow \text{Übertag} \\ 242816 \leftarrow \text{Ergebnis} \end{array}$$

Division:

$$\begin{array}{r} 840 : 4 = 210 \leftarrow \text{erste Zahl} \\ \hline 8 \leftarrow \text{zweite Zahl} \quad \text{Ergebnis} \\ 04 \\ \hline -4 \leftarrow \text{Übertag} \\ 00 \\ \hline -0 \\ 0 \end{array}$$

Brüche:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

Gleiche Nenner

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{20} = \frac{16}{20} - \frac{3}{20} = \frac{13}{20}$$

Gleiche Nenner

$$\frac{7}{9} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 2}{9 \cdot 5} = \frac{14}{45}$$

Zähler mal Zähler

Nenner mal Nenner

$$\frac{2}{5} : \frac{1}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{1} = \frac{10}{5} = 2$$

Kehrwert dann

multiplizieren

Prozentrechnung:

$$\text{Prozentsatz} = \frac{\text{Prozentwert}}{\text{Grundwert}} \cdot 100\%$$

$$\text{Prozentwert} = \frac{\text{Prozentsatz} \cdot \text{Grundwert}}{100\%}$$

$$\text{Grundwert} = \frac{\text{Prozentwert}}{\text{Prozentsatz}} \cdot 100\%$$

$$40\% = \frac{48}{120} \cdot 100\%$$

$$48 = \frac{40\% \cdot 120}{100\%}$$

$$120 = \frac{48}{40\%} \cdot 100\%$$

Potenzrechnung:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n + a^n = 2a^n$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^n - a^n = 0$$

$$(a^h)^m = a^{h \cdot m}$$

$$a^h + a^h = \checkmark$$

$$\frac{a^h}{b^h} = \left(\frac{a}{b}\right)^h$$

$$\frac{a^h}{a^h} = a^{h-m}$$

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$a^h = \frac{1}{a^h}$$

Binomische Formeln:

$$1. (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2. (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3. (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Rechenweg:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$