Universität Bremen

Institut für Statistik

Prof. Dr. Thorsten Dickhaus
MZH, Raum 7250
E-Mail: dickhaus@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-63651

Übungen zur Vorlesung

Mathematik 3:
Stochastik

Sommersemester 2023

Blatt 4

Abgabe bis Dienstag, 23. Mai 2023, 23:59 Uhr
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

Aufgaben

13. **Binomialverteilung.**
Aus Erfahrung weiß man, dass etwa 4% der Inhaber:innen von Flugtickets nicht zum Abflug ihrer Maschine erscheinen. Angenommen, eine Fluggesellschaft verkauft für einen Flug mit 264 zur Verfügung stehenden Passagiersitzplätzen genau 270 Tickets. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erscheinen mehr als 264 Passagiere zum Abflug?

    Hinweis:

    Modellieren Sie das hier geschilderte Zufallsexperiment als ein Bernoulli'sches Versuchsschema mit Parametern $n = 270$ und $p = 0{,}96$, auch wenn dies nur eine Idealisierung der Realität darstellt.

14. **Poisson-Verteilung.**
Die Anzahl der Manuskripte, die ein bestimmter Wissenschaftler zur Veröffentlichung einreicht, sei Poisson-verteilt mit Intensitätsparameter $\lambda > 0$. Unabhängig voneinander wird jedes dieser Manuskripte mit Wahrscheinlichkeit $p \in (0, 1)$ zur Veröffentlichung angenommen.

    Zeigen Sie, dass die Anzahl der zur Veröffentlichung angenommenen Manuskripte des zur Rede stehenden Wissenschaftlers Poisson-verteilt ist mit Intensitätsparameter $p\lambda$.

15. **Verteilungsfunktion.**
Es sei X eine reellwertige Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F_X, gegeben durch

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x < -2, \\ 1/4, & \text{für } -2 \leq x < -1/2, \\ 1/2, & \text{für } -1/2 \leq x < 3/7, \\ 4/5, & \text{für } 3/7 \leq x < 8/11, \\ 1, & \text{für } x \geq 8/11. \end{cases}$$

    a) Welche Werte kann X (mit positiver Wahrscheinlichkeit) annehmen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden diese (jeweils) angenommen?
    b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse $\{-1 < X \leq 1\}$, $\{-1/2 \leq X < 8/11\}$ und $\{-2 < X < 3/7\}$.

16. **Multiple Select-Aufgabe.**
Betrachten Sie die folgenden Aussagen über kombinatorische Sachverhalte.

a) Für jedes vorgegebene Wertepaar (n, k) mit $n \in \mathbb{N}$ und $1 \leq k \leq n$ gibt es mehr Möglichkeiten, aus n Objekten k Objekte mit Zurücklegen zu ziehen als ohne Zurücklegen.

b) Für jedes vorgegebene Wertepaar (n, k) mit $n \in \mathbb{N}$ und $1 \leq k \leq n$ ist die Anzahl möglicher k-Permutationen von n Objekten ohne Wiederholung stets nicht kleiner als die Anzahl möglicher k-Kombinationen von n Objekten ohne Wiederholung.

c) Für jedes vorgegebene Wertepaar (n, k) mit $n \in \mathbb{N}$ und $1 \leq k \leq n$ gibt es stets mehr mögliche k-Permutationen von n Objekten mit Wiederholung als k-Kombinationen von n Objekten mit Wiederholung.

d) Stellt man die Zusatzbedingung $1 \leq k \leq n$, so ist die Anzahl möglicher k-Permutationen von n Objekten mit Wiederholung kleiner als n^k.

Ermitteln Sie die richtige Kombination korrekter Aussagen.

Hinweise:

Das korrekte Ermitteln des Wahrheitsgehaltes der Aussagen ergibt jeweils einen Punkt. Um Raten nicht zu belohnen, werden nur begründete Antworten gewertet.