Universität Bremen

Institut für Statistik

Prof. Dr. Thorsten Dickhaus
MZH, Raum 7250
E-Mail: dickhaus@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-63651

Übungen zur Vorlesung

Mathematik 3: Stochastik

Sommersemester 2023

Blatt 5

Abgabe bis Dienstag, 30. Mai 2023, 23:59 Uhr
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

Aufgaben

17. **Geometrische Verteilung.**
Im Rahmen industrieller Fertigungsprozesse interessiert man sich für Aspekte der Qualitätskontrolle. Angenommen, nach 50 intakten Bauteilen tritt das erste Mal ein hergestelltes Bauteil auf, welches sich als Ausschuss erweist, also unbrauchbar ist. Bestimmen Sie unter der Annahme, dass dieses Experiment mit einem Bernoulli'schen Versuchsschema mit (prinzipiell) beliebig vielen Kontrollvorgängen modelliert wird, denjenigen Parameterwert p (hier ist p als der mittlere Ausschussanteil der Produktionsanlage zu interpretieren), unter dem die Wahrscheinlichkeit für das geschilderte Ereignis maximal ist.

18. **Geometrische Wahrscheinlichkeit.**
Eine Studierende möchte einer Kommilitonin eine Eintrittskarte für das nächste Werder-Heimspiel geben, da sie selbst nicht zu dem Spiel gehen kann. Zu diesem Zweck verabreden sich die beiden für den Freitag vor dem Spiel zwischen 12.00h und 12.30h in der Uni-Mensa an einem festgelegten Platz. Ferner vereinbaren sie, dass die zuerst Eintreffende höchstens 15 Minuten auf die andere warten soll. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Zustandekommen der Übergabe der Eintrittskarte unter der Annahme, dass beide Studierende zufällig gleichverteilt zwischen 12.00h und 12.30h am vereinbarten Platz eintreffen (und sich nicht per Handy o. ä. absprechen)?

19. **Lebesguedichten.**
Beurteilen Sie (jeweils), ob die folgenden Funktionen Lebesguedichten auf dem jeweils angegebenen Ergebnisraum Ω (versehen mit der Borel'schen σ-Algebra von Ω) sind.

    a) Die Funktion $f_{k,c}$, gegeben durch
    $$f_{k,c}(x) = \frac{k \cdot c^k}{x^{k+1}},\ k > 0 \text{ sowie } c > 0 \text{ fest vorgegeben, } x \in \Omega = [c, \infty).$$

    b) Die Funktion $f_{\alpha,n}$, gegeben durch
    $$f_{\alpha,n}(x) = \frac{\alpha^n \cdot x^{n-1}}{(n-1)!} \exp(-\alpha x),\ \alpha > 0 \text{ und } n \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\} \text{ fest vorgegeben, } x \in \Omega = \mathbb{R}_{\geq 0}.$$

20. **Multiple Select-Aufgabe.**
Es sei X eine reellwertige und stetig verteilte Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F_X. Betrachten Sie unter diesen Voraussetzungen die folgenden Aussagen.

a) Die Funktion F_X ist eine stetige Funktion.
b) Die Funktion F_X ist eine monoton wachsende Funktion.
c) Die Funktion F_X ist eine eine streng monoton wachsende Funktion.
d) Es gibt reelle Zahlen a und b mit $F_X(a) = 0$ und $F_X(b) = 1$.

Ermitteln Sie die richtige Kombination korrekter Aussagen.

Hinweise:

Das korrekte Ermitteln des Wahrheitsgehaltes der Aussagen ergibt jeweils einen Punkt. Um Raten nicht zu belohnen, werden nur begründete Antworten gewertet.