Übungen zur Vorlesung

Mathematik 3:
Stochastik

Sommersemester 2023

Universität Bremen

Institut für Statistik

Prof. Dr. Thorsten Dickhaus
MZH, Raum 7250
E-Mail: dickhaus@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-63651

# Blatt 8

Abgabe bis Dienstag, 20. Juni 2023, 23:59 Uhr
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

## Aufgaben

29. **Berechnung von Varianzen.**
Berechnen Sie die Varianz der

   a) Zufallsvariable $X$ aus Aufgabe 15 von Übungsblatt 4.

   b) Exponentialverteilung mit Intensitätsparameter $\lambda > 0$.

30. **Berechnung von Medianen.**
Berechnen Sie die Menge der Mediane der

   a) Zufallsvariable $X$ aus Aufgabe 15 von Übungsblatt 4.

   b) Bernoulli-Verteilung mit gegebenem Erfolgsparameter $p \in [0, 1]$.

31. **Kovarianz und Korrelation.**
Angenommen, $X_1$ und $X_2$ sind stochastisch unabhängige, reellwertige Zufallsvariablen, die auf dem gleichen Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ definiert sind. Es gelte $\mathbb{E}[X_1] = \mathbb{E}[X_2] = 0$ sowie $\mathrm{Var}[X_1] = \mathrm{Var}[X_2] = \sigma^2$ für eine reelle Konstante $\sigma^2 > 0$. Schließlich seien zwei reellwertige Zufallsvariablen $Y_1$ und $Y_2$ definiert als $Y_1 := X_1 + 2X_2$ und $Y_2 := 4X_1 - 3X_2$.

   a) Berechnen Sie die Kovarianz von $Y_1$ und $Y_2$.

   a) Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten von $Y_1$ und $Y_2$.

32. **Multiple Select-Aufgabe.**
Es sei $X$ eine reellwertige Zufallsvariable, die auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ definiert ist. Betrachten Sie unter diesen Voraussetzungen die folgenden Aussagen.

   a) Falls $X$ einen eindeutig bestimmten Median besitzt, so existiert der Erwartungswert von $X$ (in $\mathbb{R}$).

   b) Falls $X$ nur endlich viele Werte annehmen kann und $\mathbb{E}[X] = 0$ gilt, so ist Null auch ein Median von $X$.

   c) Falls $X$ eine Lebesguedichte besitzt und diese Lebesguedichte achsensymmetrisch (zur Null-Achse) ist, so ist Null der eindeutig bestimmte Median von $X$.

   d) Falls $X$ diskret verteilt ist, so ist es ausgeschlossen, dass der Median von $X$ eindeutig bestimmt ist.

Ermitteln Sie die richtige Kombination korrekter Aussagen.

Hinweise:

Das korrekte Ermitteln des Wahrheitsgehaltes der Aussagen ergibt jeweils einen Punkt. Um Raten nicht zu belohnen, werden nur begründete Antworten gewertet.