Übungen zur Vorlesung

Mathematik 3: Stochastik

Sommersemester 2025

Universität Bremen

Institut für Statistik

Prof. Dr. Thorsten Dickhaus
MZH, Raum 7250
E-Mail: dickhaus@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-63651

Blatt 4

Abgabe bis Dienstag, 20. Mai 2025, 23:59 Uhr
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

Aufgaben

13. **Kombinatorik.**
Angenommen, neun Studierende sollen auf drei Übungsgruppen verteilt werden.

    a) Auf wieviele Arten geht das, wenn gefordert wird, dass in jede Gruppe genau drei Studierende kommen?

    b) Auf wieviele Arten geht das, wenn gefordert wird, dass in jede Gruppe mindestens zwei und höchstens vier Studierende kommen?

    c) Auf wieviele Arten geht das, wenn gefordert wird, dass in jede Gruppe mindestens ein(e) Studierende(r) kommt?

14. **Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume.**
An der Weltmeisterschaft im Springreiten nehmen Mannschaften aus zehn Ländern (einschließlich Deutschland) zu je vier Reiter:innen teil. Jede(r) Reiter:in stellt (genau) ein Pferd. Die 40 Pferde werden dann den 40 Reiter:innen rein zufällig zugelost.

    a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein(e) bestimmte(r) Reiter:in der deutschen Mannschaft sein / ihr eigenes Pferd zugelost bekommt?

    b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass jede(r) deutsche(r) Reiter:in sein / ihr eigenes Pferd zugelost bekommt?

    c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens ein(e) deutsche(r) Reiter:in ein von der deutschen Mannschaft gestelltes Pferd zugelost bekommt?

    Hinweis: Geben Sie zur Lösung der Aufgabe zunächst ein vollständiges wahrscheinlichkeitstheoretisches Modell, d. h., einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$, für das zur Rede stehende Experiment an.

15. **Poisson- und Binomial-Verteilung.**
Die Anzahl der Manuskripte, die ein bestimmter Wissenschaftler zur Veröffentlichung einreicht, sei Poisson-verteilt mit Intensitätsparameter $\lambda > 0$. Unabhängig voneinander wird jedes dieser Manuskripte mit Wahrscheinlichkeit $p \in (0,1)$ zur Veröffentlichung angenommen.

    Zeigen Sie, dass die Anzahl der zur Veröffentlichung angenommenen Manuskripte des zur Rede stehenden Wissenschaftlers Poisson-verteilt ist mit Intensitätsparameter $p\lambda$.

16. **Multiple Select-Aufgabe.**
Betrachten Sie die folgenden Aussagen über kombinatorische Sachverhalte.

a) Für jedes vorgegebene Wertepaar (n, k) mit $n \in \mathbb{N}$ und $1 \leq k \leq n$ gibt es mehr Möglichkeiten, aus n Objekten k Objekte mit Zurücklegen zu ziehen als ohne Zurücklegen.

b) Für jedes vorgegebene Wertepaar (n, k) mit $n \in \mathbb{N}$ und $1 \leq k \leq n$ ist die Anzahl möglicher k-Permutationen von n Objekten ohne Wiederholung stets nicht kleiner als die Anzahl möglicher k-Kombinationen von n Objekten ohne Wiederholung.

c) Für jedes vorgegebene Wertepaar (n, k) mit $n \in \mathbb{N}$ und $1 \leq k \leq n$ gibt es stets mehr mögliche k-Permutationen von n Objekten mit Wiederholung als k-Kombinationen von n Objekten mit Wiederholung.

d) Stellt man die Zusatzbedingung $1 \leq k \leq n$, so ist die Anzahl möglicher k-Permutationen von n Objekten mit Wiederholung kleiner als n^k.

Ermitteln Sie die richtige Kombination korrekter Aussagen.

<u>Hinweise:</u>

Das korrekte Ermitteln des Wahrheitsgehaltes der Aussagen ergibt jeweils einen Punkt. Um Raten nicht zu belohnen, werden nur begründete Antworten gewertet.