

Blatt 5

Abgabe bis Dienstag, 27. Mai 2025, 23:59 Uhr
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

Aufgaben

17. Verteilungsfunktion.

Es sei X eine reellwertige Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F_X , gegeben durch

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x < -2, \\ 1/4, & \text{für } -2 \leq x < -1/2, \\ 1/2, & \text{für } -1/2 \leq x < 3/7, \\ 4/5, & \text{für } 3/7 \leq x < 8/11, \\ 1, & \text{für } x \geq 8/11. \end{cases}$$

- a) Welche Werte kann X (mit positiver Wahrscheinlichkeit) annehmen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden diese (jeweils) angenommen?
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse $\{-1 < X \leq 1\}$, $\{-1/2 \leq X < 8/11\}$ und $\{-2 < X < 3/7\}$.

18. Geometrische Wahrscheinlichkeit.

Eine Studierende möchte einer Kommilitonin eine Eintrittskarte für das nächste Werder-Heimspiel geben, da sie selbst nicht zu dem Spiel gehen kann. Zu diesem Zweck verabreden sich die beiden für den Freitag vor dem Spiel zwischen 12.00h und 12.30h in der Uni-Mensa an einem festgelegten Platz. Ferner vereinbaren sie, dass die zuerst Eintreffende höchstens 15 Minuten auf die andere warten soll. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Zustandekommen der Übergabe der Eintrittskarte unter der Annahme, dass beide Studierende zufällig gleichverteilt zwischen 12.00h und 12.30h am vereinbarten Platz eintreffen (und sich nicht per Handy o. ä. absprechen)?

19. Programmieraufgabe.

- a) Generieren Sie mit Hilfe der R-Funktion `rnorm` auf Ihrem Computer 10.000 Zufallszahlen, die sich wie (unabhängige) Realisierungen einer Zufallsvariable $X \sim \mathcal{N}(\mu = -2, \sigma^2 = 9)$ verhalten; vgl. die Folie „Rechenbeispiel zur Normalverteilung“ aus dem Foliensatz zu Kapitel 3.
- b) Ermitteln Sie die relative Häufigkeit derjenigen Zufallszahlen aus Teil a), die kleiner oder gleich Null sind, und vergleichen Sie diese relative Häufigkeit mit der in der Vorlesung besprochenen theoretischen Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(X \leq 0)$.

- c) Standardisieren Sie die Zufallszahlen aus Teil a), und zeichnen Sie ein Histogramm der resultierenden 10,000 standardisierten Werte.

20. Multiple Select-Aufgabe.

Es sei X eine reellwertige und stetig verteilte Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F_X . Betrachten Sie unter diesen Voraussetzungen die folgenden Aussagen.

- a) Die Funktion F_X ist eine stetige Funktion.
- b) Die Funktion F_X ist eine monoton wachsende Funktion.
- c) Die Funktion F_X ist eine eine streng monoton wachsende Funktion.
- d) Es gibt reelle Zahlen a und b mit $F_X(a) = 0$ und $F_X(b) = 1$.

Ermitteln Sie die richtige Kombination korrekter Aussagen.

Hinweise:

Das korrekte Ermitteln des Wahrheitsgehaltes der Aussagen ergibt jeweils einen Punkt. Um Raten nicht zu belohnen, werden nur begründete Antworten gewertet.