Übungen zur Vorlesung

Mathematik 3: Stochastik

Sommersemester 2025

Universität Bremen

Institut für Statistik

Prof. Dr. Thorsten Dickhaus
MZH, Raum 7250
E-Mail: dickhaus@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-63651

Blatt 6

Abgabe bis Dienstag, 03. Juni 2025, 23:59 Uhr
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

Aufgaben

21. **Gauß'sche Normalverteilung.**
Angenommen, die reellwertige Zufallsvariable X ist auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ definiert und normalverteilt mit Parametern $\mu = 3$ und $\sigma^2 = 4$. Berechnen Sie

    a) die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(-2 \leq X \leq 3)$ unter Zuhilfenahme der Tabelle der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung aus dem dritten Foliensatz zur Vorlesung.

    b) eine Zahl a mit $\mathbb{P}(X - 2 < a) \approx 0{,}95$, wobei das Zeichen $\approx$ hier bedeuten soll, dass a auf zwei Nachkommastellen genau angegeben werden soll.

    c) die Verteilung der Zufallsvariable $Y := X - 2$.

22. **Exponentialverteilung.**
Angenommen, die reellwertige Zufallsvariable X ist auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ definiert und exponentialverteilt mit Intensitätsparameter $\lambda > 0$, und $x_0 > 0$ ist eine fest vorgegebene reelle Zahl. Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(X \leq x_0 + y \,|\, X \geq x_0)$ für eine beliebige reelle Zahl $y > 0$.

23. **Berechnung von Erwartungswerten.**
Berechnen Sie den Erwartungswert der

    a) Zufallsvariable X aus Aufgabe 17 von Übungsblatt 5.

    b) Poisson-Verteilung mit Intensitätsparameter $\lambda > 0$.

24. **Multiple Select-Aufgabe.**
Es sei X eine reellwertige Zufallsvariable, die auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ definiert ist. Betrachten Sie unter diesen Voraussetzungen die folgenden Aussagen.

    a) Falls es eine reelle Zahl x gibt, so dass $\mathbb{P}(X = x) = 1$ gilt, so existiert der Erwartungswert von X und ist gleich x.

    b) Falls X stetig gleichverteilt auf einem Intervall $[a, b]$ mit reellen Zahlen $a < b$ ist, so existiert der Erwartungswert von X, und $\mathbb{E}[X]$ hängt nur von der Intervall-Länge $b - a$ ab.

    c) Falls X nur endlich viele Werte annehmen kann, so existiert der Erwartungswert von X, und $\mathbb{E}[X]$ ist eine Konvexkombination der Werte, die X annehmen kann.

d) Falls X Poisson-verteilt ist mit Intensitätsparameter $\lambda > 0$, so hängt es von λ ab, ob X einen Erwartungswert besitzt oder nicht.

Ermitteln Sie die richtige Kombination korrekter Aussagen.

<u>Hinweise:</u>

Das korrekte Ermitteln des Wahrheitsgehaltes der Aussagen ergibt jeweils einen Punkt. Um Raten nicht zu belohnen, werden nur begründete Antworten gewertet.