

Blatt 8

Abgabe bis Dienstag, 17. Juni 2025, 23:59 Uhr
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

Aufgaben

29. Berechnung von Varianzen.

Berechnen Sie die Varianz der

- a) Zufallsvariable X aus Aufgabe 17 von Übungsblatt 5.
- b) Exponentialverteilung mit Intensitätsparameter $\lambda > 0$.

30. Berechnung von Medianen.

Berechnen Sie die Menge der Mediane der

- a) Zufallsvariable X aus Aufgabe 17 von Übungsblatt 5.
- b) Bernoulli-Verteilung mit gegebenem Erfolgsparameter $p \in [0, 1]$.

31. Kovarianz und Korrelation.

Angenommen, X_1 und X_2 sind stochastisch unabhängige, reellwertige Zufallsvariablen, die auf dem gleichen Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ definiert sind. Es gelte $\mathbb{E}[X_1] = \mathbb{E}[X_2] = 0$ sowie $\text{Var}[X_1] = \text{Var}[X_2] = \sigma^2$ für eine reelle Konstante $\sigma^2 > 0$. Schließlich seien zwei reellwertige Zufallsvariablen Y_1 und Y_2 definiert als $Y_1 := X_1 + 2X_2$ und $Y_2 := 4X_1 - 3X_2$.

- a) Berechnen Sie die Kovarianz von Y_1 und Y_2 .
- a) Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten von Y_1 und Y_2 .

32. Multiple Select-Aufgabe.

Es sei X eine reellwertige Zufallsvariable, die auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ definiert ist. Betrachten Sie unter diesen Voraussetzungen die folgenden Aussagen.

- a) Falls X einen eindeutig bestimmten Median besitzt, so existiert der Erwartungswert von X (in \mathbb{R}).
- b) Falls X nur endlich viele Werte annehmen kann und $\mathbb{E}[X] = 0$ gilt, so ist Null auch ein Median von X .
- c) Falls X eine Lebesgue-dichte besitzt und diese Lebesgue-dichte achsensymmetrisch (zur Null-Achse) ist, so ist Null der eindeutig bestimmte Median von X .
- d) Falls X diskret verteilt ist, so ist es ausgeschlossen, dass der Median von X eindeutig bestimmt ist.

Ermitteln Sie die richtige Kombination korrekter Aussagen.

Hinweise:

Das korrekte Ermitteln des Wahrheitsgehaltes der Aussagen ergibt jeweils einen Punkt. Um Raten nicht zu belohnen, werden nur begründete Antworten gewertet.