

## Blatt 8

Abgabe bis Dienstag, 17. Juni 2025, 23:59 Uhr  
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

### Aufgaben

**29. Berechnung von Varianzen.**

Berechnen Sie die Varianz der

- a) Zufallsvariable  $X$  aus Aufgabe 17 von Übungsblatt 5.
- b) Exponentialverteilung mit Intensitätsparameter  $\lambda > 0$ .

**30. Berechnung von Medianen.**

Berechnen Sie die Menge der Mediane der

- a) Zufallsvariable  $X$  aus Aufgabe 17 von Übungsblatt 5.
- b) Bernoulli-Verteilung mit gegebenem Erfolgsparameter  $p \in [0, 1]$ .

**31. Kovarianz und Korrelation.**

Angenommen,  $X_1$  und  $X_2$  sind stochastisch unabhängige, reellwertige Zufallsvariablen, die auf dem gleichen Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$  definiert sind. Es gelte  $\mathbb{E}[X_1] = \mathbb{E}[X_2] = 0$  sowie  $\text{Var}[X_1] = \text{Var}[X_2] = \sigma^2$  für eine reelle Konstante  $\sigma^2 > 0$ . Schließlich seien zwei reellwertige Zufallsvariablen  $Y_1$  und  $Y_2$  definiert als  $Y_1 := X_1 + 2X_2$  und  $Y_2 := 4X_1 - 3X_2$ .

- a) Berechnen Sie die Kovarianz von  $Y_1$  und  $Y_2$ .
- a) Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten von  $Y_1$  und  $Y_2$ .

**32. Multiple Select-Aufgabe.**

Es sei  $X$  eine reellwertige Zufallsvariable, die auf einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$  definiert ist. Betrachten Sie unter diesen Voraussetzungen die folgenden Aussagen.

- a) Falls  $X$  einen eindeutig bestimmten Median besitzt, so existiert der Erwartungswert von  $X$  (in  $\mathbb{R}$ ).
- b) Falls  $X$  nur endlich viele Werte annehmen kann und  $\mathbb{E}[X] = 0$  gilt, so ist Null auch ein Median von  $X$ .
- c) Falls  $X$  eine Lebesgue-dichte besitzt und diese Lebesgue-dichte achsensymmetrisch (zur Null-Achse) ist, so ist Null der eindeutig bestimmte Median von  $X$ .
- d) Falls  $X$  diskret verteilt ist, so ist es ausgeschlossen, dass der Median von  $X$  eindeutig bestimmt ist.

Ermitteln Sie die richtige Kombination korrekter Aussagen.

Hinweise:

Das korrekte Ermitteln des Wahrheitsgehaltes der Aussagen ergibt jeweils einen Punkt. Um Raten nicht zu belohnen, werden nur begründete Antworten gewertet.