

## Blatt 9

Abgabe bis Dienstag, 24. Juni 2025, 23:59 Uhr  
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

### Aufgaben

**33. Berechnung von Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen.**

Berechnen Sie

- a) die Schiefe der Zufallsvariable  $X$  aus Aufgabe 17 von Übungsblatt 5.
- b) die Wölbung (Kurtosis) der Standardnormalverteilung.

**34. Chebyshev'sche Ungleichung.**

Angenommen, auf zwei Gefäße  $A$  und  $B$  mit je einem halben Liter Fassungsvermögen werden  $0,26 \cdot 10^{23}$  Gas-Moleküle so (zufällig) verteilt, dass jedes Molekül unabhängig von den anderen mit der Wahrscheinlichkeit  $1/2$  in  $A$  bzw.  $B$  gelangt.

Schätzen Sie vermittels der Chebyshev'schen Ungleichung die Wahrscheinlichkeit dafür ab, dass in eines der beiden Gefäße mindestens  $0,13 \cdot 10^{23} \cdot (1 + 10^{-8})$  Moleküle gelangen.

**35. Parameter-Fit für die geometrische Verteilung.**

Im Rahmen industrieller Fertigungsprozesse interessiert man sich für Aspekte der Qualitätskontrolle. Angenommen, nach 50 intakten Bauteilen tritt das erste Mal ein hergestelltes Bauteil auf, welches sich als Ausschuss erweist, also unbrauchbar ist. Bestimmen Sie unter der Annahme, dass dieses Experiment mit einem Bernoulli'schen Versuchsschema mit (prinzipiell) beliebig vielen Kontrollvorgängen modelliert wird, denjenigen Parameterwert  $p$  (hier ist  $p$  als der mittlere Ausschussanteil der Produktionsanlage zu interpretieren), unter dem die Wahrscheinlichkeit für das geschilderte Ereignis maximal ist.

**36. Multiple Select-Aufgabe.**

Es sei  $X$  eine reellwertige Zufallsvariable, die auf einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$  definiert ist und für die  $\mathbb{E}[X^4] < \infty$  gilt. Betrachten Sie unter diesen Voraussetzungen die folgenden Aussagen.

- a) Falls  $X$  symmetrisch um  $\mathbb{E}[X]$  verteilt ist, so ist die Schiefe von  $X$  gleich Null.
- b) Die Schiefe von  $X$  kann nicht größer als die Wölbung (Kurtosis) von  $X$  sein.
- c) Die Schiefe von  $X$  kann nicht kleiner als die Wölbung (Kurtosis) von  $X$  sein.
- d) Der Korrelationskoeffizient von  $X$  mit sich selbst (also  $\rho(X, X)$ ) ist gleich Eins.

Ermitteln Sie die richtige Kombination korrekter Aussagen.

Hinweise:

Das korrekte Ermitteln des Wahrheitsgehaltes der Aussagen ergibt jeweils einen Punkt. Um Raten nicht zu belohnen, werden nur begründete Antworten gewertet.