

Mathe 2

Blatt P1 Musterlösung

Gruppe: Mathe 2 Tutor:innen

Präsenzübungen

P1 Schreiben Sie die Ausdrücke jeweils als einzigen Bruch und vereinfachen Sie soweit wie möglich:

a) $\frac{1}{x-y} - \frac{1}{y-x}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-y} - \frac{1}{y-x} &= \frac{1}{x-y} - \frac{-1}{x-y} \\ &= \frac{1 - (-1)}{x-y} \\ &= \frac{2}{x-y} \end{aligned}$$

b) $\frac{5}{b-1} - \frac{6b}{b^2-1} - \frac{1-2b}{b+b^2}$

$$\begin{aligned} \frac{5}{b-1} - \frac{6b}{b^2-1} - \frac{1-2b}{b+b^2} &= \frac{5}{b-1} - \frac{6b}{(b-1)(b+1)} - \frac{1-2b}{(b+1)b} \\ &= \frac{5(b+1)b}{(b-1)(b+1)b} - \frac{6b^2}{(b-1)(b+1)b} - \frac{(b-1)(1-2b)}{(b-1)(b+1)b} \\ &= \frac{5(b+1)b - 6b^2 - (b-1)(1-2b)}{(b-1)(b+1)b} \\ &= \frac{5b^2 + 5b - 6b^2 - (b - 2b^2 - 1 + 2b)}{(b-1)(b+1)b} \\ &= \frac{5b^2 + 5b - 6b^2 - b + 2b^2 + 1 - 2b}{(b-1)(b+1)b} \\ &= \frac{(5-6+2)b^2 + (5-1-2)b + 1}{(b-1)(b+1)b} \\ &= \frac{b^2 + 2b + 1}{(b-1)(b+1)b} \\ &= \frac{(b+1)^2}{(b-1)(b+1)b} \\ &= \frac{b+1}{(b-1)b} \end{aligned}$$

c) $\frac{(3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 4 \cdot 10^3}{10^{-1}}$

$$\begin{aligned} \frac{(3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 4 \cdot 10^3}{10^{-1}} &= (3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 10 \\ &= 9 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^4 \\ &= 9 \cdot 4 \\ &= 36 \end{aligned}$$

d) $(2a^2)^2 \frac{1}{(2a)^3} \frac{1}{a^{-1}}$

$$\begin{aligned} (2a^2)^2 \frac{1}{(2a)^3} \frac{1}{a^{-1}} &= 2^2 a^4 \frac{1}{(2a)^3} \frac{1}{a^{-1}} \\ &= a^2 (2a)^2 \frac{1}{(2a)^3} \frac{1}{a^{-1}} \\ &= a^2 \frac{1}{(2a)} \frac{1}{a^{-1}} \\ &= a^2 \frac{1}{(2a)} \cdot a \\ &= a^2 \frac{1}{2} \\ &= \frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

P2 Lösen Sie nach x auf:

a) $w = \frac{1}{2}v \left(1 - \frac{1+k}{1+\frac{a}{x}}\right)$

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{2}v \left(1 - \frac{1+k}{1+\frac{a}{x}}\right) \\ 2w &= v \left(1 - \frac{1+k}{1+\frac{a}{x}}\right) \\ \frac{2w}{v} &= 1 - \frac{1+k}{1+\frac{a}{x}} \\ \frac{2w}{v} - 1 &= -\frac{1+k}{1+\frac{a}{x}} \\ 1 - \frac{2w}{v} &= \frac{1+k}{1+\frac{a}{x}} \\ \frac{1 - \frac{2w}{v}}{1+k} &= \frac{1}{1+\frac{a}{x}} \\ \frac{1+k}{1 - \frac{2w}{v}} &= 1 + \frac{a}{x} \\ \frac{1+k}{1 - \frac{2w}{v}} - 1 &= \frac{a}{x} \\ \frac{\frac{1+k}{1 - \frac{2w}{v}} - 1}{a} &= \frac{1}{x} \\ \frac{a}{\frac{1+k}{1 - \frac{2w}{v}} - 1} &= x \end{aligned}$$

b) $\frac{A}{2} = \frac{b}{a(\frac{1}{x} - \frac{1}{y})}$

$$\begin{aligned} \frac{A}{2} &= \frac{b}{a\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)} \\ \frac{A}{2b} &= \frac{1}{a\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)} \\ \frac{2b}{A} &= a\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \\ \frac{2b}{Aa} &= \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \\ \frac{2b}{Aa} + \frac{1}{y} &= \frac{1}{x} \\ \frac{1}{\frac{2b}{Aa} + \frac{1}{y}} &= x \end{aligned}$$

P3 Bestimmen Sie – falls vorhanden – Supremum, Infimum, Maximum und Minimum der folgenden Mengen. Geben Sie auf jeden Fall immer eine obere und eine untere Schranke an.

Aufgabe	Menge	Infimum	Minimum	Maximum	Supremum
a)	$(2, 4) \subset \mathbb{R}$	2	/	/	4
b)	$[0, 3) \subset \mathbb{R}$	0	0	/	3
c)	$[2, 4] \subset \mathbb{R}$	2	2	4	4
d)	$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x^2 < 2\}$	$-\sqrt{2}$	/	/	$\sqrt{2}$
e)	$(2, 4) \subset \mathbb{Q}$	2	/	/	4
f)	$[2, 4) \subset \mathbb{Q}$	2	2	/	4
g)	$[2, 4] \subset \mathbb{Q}$	2	2	4	4
h)	$\{x \in \mathbb{Q} \mid 0 < x^2 < 2\}$	/	/	/	/
i)	$(2, 4) \subset \mathbb{N}$	3	3	3	3
j)	$[2, 4) \subset \mathbb{N}$	2	2	3	3
k)	$[2, 4] \subset \mathbb{N}$	2	2	4	4
l)	$\{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x^2 < 2\}$	1	1	1	1

In Fall von h) sind -1.5 und 1.5 Unter- bzw. Obergrenzen.