Prof. Dr. Sebastian Siebertz | Sommersemester 2024

Theoretische Informatik 2

Blatt 03

Abgabe bis zum 06.05.2024

---

1. $6 \times 5 = 30$ Punkte. Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche nicht? Gebt jeweils eine kurze Begründung an.

(a) Jede entscheidbare Sprache ist rekursiv aufzählbar.

(b) Jede entscheidbare Sprache ist co-rekursiv aufzählbar.

(c) Für jede endliche Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ gilt: L ist entscheidbar.

(d) Für jede endliche Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ gilt: $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ ist entscheidbar.

(e) Sei $M = (Q, \Sigma, \Gamma, [, \sqcup, \delta, q_s, q_a, q_r)$ eine deterministische Einband-Turingmaschine und sei $w \in L(M)$. Dann erreicht jede Berechnung von M auf Eingabe w nach höchstens $(|\Gamma| \cdot |\delta| \cdot |w|)^{|w|}$ vielen Schritten den akzeptierenden oder verwerfenden Zustand.

(f) Sei M eine nichtdeterministische k-Band Turingmaschine und sei $w \in L(M)$. Dann erreicht jede Berechnung von M auf Eingabe w nach endlich vielen Schritten einen akzeptierenden Zustand.

2. 30 Punkte Zeigt, dass es für jede Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ eine Grammatik $G' = (N', \Sigma, P', S')$ gibt, sodass $L(G) = L(G')$ und alle Produktionen in P' eine der folgenden Formen haben

$$\begin{aligned} A &\to \varepsilon \\ A &\to a \\ A &\to B \\ A &\to BC \\ AB &\to CD \end{aligned}$$

wobei A, B, C, D beliebige Nichtterminalsymbole und a ein beliebiges Terminalsymbol ist.

Hinweis: Erinnert euch an die Konstruktion der Chomsky Normalform für kontextfreie Grammatiken.

3. 40 Punkte. Gebt eine Grammatik G an, sodass $L(G) = \{a^n b^m c^{nm} \mid n, m \geq 1\}$. Welchen maximalen Typ hat eure Grammatik? Erklärt nachvollziehbar die Funktionsweise eurer Grammatik und gebt eine Ableitung für $aabbbcccccc \in L(G)$ an.

Die folgenden Aufgaben werden im Tutorium besprochen und müssen nicht zur Korrektur abgegeben werden.

4. Welche Sprache erzeugt die folgende Grammatik $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$, wobei P die folgenden Regeln enthält.

$$\begin{aligned} S &\to aA \mid bB \\ A &\to aA \mid bA \mid a \\ B &\to aB \mid bB \mid b \end{aligned}$$

5. Gebt Grammatiken an, die die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a, b, c\}$ erzeugen. Welchen Typ haben eure Grammatiken? Wenn ihr eine Grammatik vom Typ i für eine Sprache gefunden habt, beweist, dass es keine Grammatik vom Typ $i + 1$ für diese Sprache geben kann.

(a) $L_1 = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

(b) $L_2 = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$

(c) $L_3 = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$