

Theoretische Informatik 2

Blatt 05

Abgabe bis zum 20.05.2024

- 1. $3 \times 15 = 45$ Punkte** Gebt für folgende Funktionen WHILE-Programme an. Ihr dürft Konstrukte verwenden, deren WHILE-Berechenbarkeit in der Vorlesung oder im Tutorium nachgewiesen wurden.

- (a) number-of-primes: $\mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit

$$\text{number-of-primes}(x_1) = |\{n \in \mathbb{N} \mid n \leq x_1 \text{ und } n \text{ ist Primzahl}\}|$$

- (b) $f: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit

$$f(x_1) = \lfloor \log_2(x_1 + 1) \rfloor$$

- (c) fib: $\mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ wobei fib(n) die n -te Fibonacci-Zahl ist, welche rekursiv wie folgt definiert ist:

$$\text{fib}(0) = 0$$

$$\text{fib}(1) = 1$$

$$\text{fib}(n+2) = \text{fib}(n+1) + \text{fib}(n) \quad \text{für alle } n \geq 0$$

- 2. 25 Punkte** Sei $g: \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ eine totale WHILE-berechenbare Funktion. Zeigt, dass auch die Funktion $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$$h(x_1) = \min\{y \in \mathbb{N}_0 \mid g(x_1, y) = 0\}$$

WHILE-berechenbar ist. *Hinweis:* $\min \emptyset$ ist undefiniert.

Die folgenden Aufgaben werden im Tutorium besprochen und müssen nicht zur Korrektur abgegeben werden.

1. Gebt für folgende Funktionen WHILE-Programme an:

(a) $\text{div}: \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit

$$\text{div}(x_1, x_2) = \left\lfloor \frac{x_1}{x_2} \right\rfloor,$$

(b) $\text{potenz}: \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit

$$\text{potenz}(x_1, x_2) = x_1^{x_2}.$$

Hierbei ist $0^0 = 1$.

(c) $\text{prim}: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit

$$\text{prim}(x_1) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x_1 \text{ eine Primzahl ist,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

2. In der Vorlesung wurden loop-Schleifen der Form `loop x_i do P end` eingeführt. Ein solches Konstrukt führt P so oft aus, wie der Wert von x_i zu Beginn der Schleife angibt.

Gebt ein Programm P an, sodass die Programme

`loop x_1 do P end`

und

`while $x_1 > 0$ do $x_1 := x_1 - 1$; P end`

nicht äquivalent sind. Begründet.

3. Gebt ein WHILE Programm an, das für Programme P und Q das Konstrukt

`if $x_i = x_j$ P else Q`

realisiert.