Prof. Dr. Sebastian Siebertz Sommersemester 2024

Theoretische Informatik 2

Blatt 06

Abgabe bis zum 27.05.2024

---

1. 30 Punkte Das *Äquivalenzproblem* für Turingmaschinen ist das Problem:

> Gegeben: Zwei Turingmaschinen M und M'.
>
> Frage: Gilt $L(M) = L(M')$?

Zeigt, dass dieses Problem unentscheidbar ist.

2. 20 + 20 Punkte

(a) Seien $L_1, L_2, L_3 \subseteq \Sigma^*$ und $L_1 \leq L_2$ sowie $L_2 \leq L_3$. Zeigt, dass dann auch $L_1 \leq L_3$.

(b) Seien $L_1, L_2, L_3 \subseteq \Sigma^*$ und $L_1 \leq_T L_2$ sowie $L_2 \leq_T L_3$. Zeigt, dass dann auch $L_1 \leq_T L_3$.

3. 10 Bonuspunkte Zeigt oder widerlegt: $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} L_i$ ist entscheidbar, falls für jedes $i \in \mathbb{N}$ die Sprache L_i entscheidbar ist.

Die folgenden Aufgaben werden im Tutorium besprochen und müssen nicht zur Korrektur abgegeben werden.

4. Seien M_1 und M_2 DTMs. Zeigt oder widerlegt folgende Aussagen:

(a) Wenn $L(M_1) = L(M_2)$, dann $\langle M_1 \rangle = \langle M_2 \rangle$.

(b) Wenn $\langle M_1 \rangle = \langle M_2 \rangle$, dann $L(M_1) = L(M_2)$.

5. Seien $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ mit $L_1 \leq L_2$. Welche der folgenden Aussagen stimmen?

(a) Wenn L_1 entscheidbar, so ist auch L_2 entscheidbar

(b) Wenn L_2 entscheidbar, so ist auch L_1 entscheidbar

(c) Wenn L_1 unentscheidbar, so ist auch L_2 unentscheidbar

(d) Wenn L_2 unentscheidbar, so ist auch L_1 unentscheidbar

6. Gebt eine Reduktion des Erreichbarkeitsproblems in gerichteten Graphen auf das Komplement des Leerheitsproblems für kontextfreie Grammatiken an.

Hinweis: ein *gerichteter Graph* ist ein Tupel $G = (V, E)$, wobei V die *Knotenmenge* und $E \subseteq V \times V$ die *Kantenmenge* bezeichnet. Eine Instanz (G, s, t) des Erreichbarkeitsproblems besteht aus einem gerichteten Graphen $G = (V, E)$ und zwei ausgezeichneten Knoten: $s \in V$ ist der *Startknoten* und $t \in V$ ist der *Zielknoten*. (G, s, t) ist eine *positive* Instanz („Ja-Instanz"), falls $s = t$, oder es in G einen Pfad von s nach t gibt, also eine Folge von Kanten $(v_1, v_2)(v_2, v_3) \ldots (v_k, v_k)$ mit $s = v_1, t = v_k$ und $(v_i, v_{i+1}) \in E$ für alle $1 \leq i < k$.

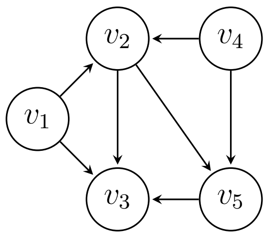

Abbildung 1: Beispielgraph G. Hier ist (G, v_1, v_5) eine Ja-Instanz und (G, v_1, v_4) eine Nein-Instanz (das heißt, es gibt einen Pfad von v_1 nach v_5, aber nicht von v_1 nach v_4).