Prof. Dr. Rolf Drechsler, drechsler@informatik.uni-bremen.de, MZH 4330
Christina Plump, cplump@uni-bremen.de, MZH 4206

8. Übungsblatt zur Vorlesung

Technische Informatik 1

Aufgabe 1 (3 + 2 + 1 Punkte)

Ihr sollt eine digitale Ziffernanzeige spezifizieren. Gegeben sind sieben Leuchtröhren, die wie in 1 angeordnet sind. Die Anzeige soll die Ziffern des Hexadezimalssystem darstellen, entsprechend der Eingabe, d.h. wird eine 7 geschaltet, soll eine 7 auf der Anzeige zu sehen sein. Damit eine Ziffer auf der Anzeige zu sehen ist, müssen die entsprechenden Leuchten an sein (d.h. auf 1 gesetzt).

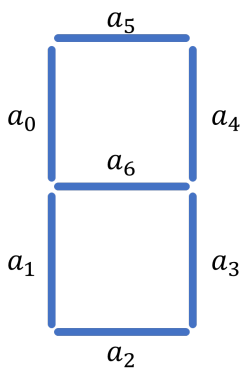

Abbildung 1: Leuchtröhrenanordnung für Aufgabe 1

a) Spezifiziert also eine Boolesche Funktion $f : \mathbb{B}^4 \rightarrow \mathbb{B}^7$, die die obige Anweisung umsetzt, als Wahrheitstafel.

b) Bestimmt für die Ausgabevariablen a_1 und a_3 je einen Booleschen Ausdruck p_1, p_3 durch die Verwendung der kanonischen disjunktiven Normalform.

c) Bestimmt die primären und sekundären Kosten der resultierenden Polynome.

Aufgabe 2 (1 + 3 + 2 Punkte)

In der Vorlesung habt Ihr Euch mit Logikminimierung auseinandergesetzt und habt dafür das Verfahren von Quine/McCluskey und Regeln zum Lösen des Matrixüberdeckungsproblems kennengelernt. Im Folgenden sollt ihr diese Kenntnisse anwenden.

a) Erläutert die Begriffe *Minterm*, *Monom*, *Implikant* und *Primimplikant* und setzt sie in Beziehung zueinander.

b) Betrachtet die Boolesche Funktion $f_{a_3} : \mathbb{B}^4 \rightarrow \mathbb{B}$ aus der obigen Aufgabe (d.h. die Boolesche Funktion, die die Leuchtröhre a_3 regelt). Bestimmt hierfür die Menge der Primimplikanten $Prim(f_{a_3})$ mithilfe des Quine/McCluskey-Verfahrens. Gebt für jeden Iterationsschritt auch die Mengen L_i^M an.

c) Bestimmt die wesentlichen Primimplikanten der obigen Funktion und gebt das daraus resultierende Minimalpolynom an. Stellt dafür eine Primimplikantentafel auf. Wie sind die primären und sekundären Kosten des Minimalpolynoms? Setzt das in Kontext zur kanonischen disjunktiven Normalform aus Aufgabe 1.

Hinweis: Solltet Ihr die Funktion oben nicht bestimmt haben können, arbeitet mit folgender ON-Menge: $ON(f_{help}) = \{0000, 0001, 0100, 0010, 1000, 0011, 1001, 1010, 0111, 1011, 1101\}$

Aufgabe 3 (3 + 2 Punkte)

a) Gegeben sei ein Matrixüberdeckungsproblem durch die folgende Primimplikantentafel. Bestimmt die Minimalpolynome (das Minimalpolynom, falls es nur eines sein sollte) für diese Primimplikantentafel mithilfe der Reduktionsregeln.

	$m(\alpha_1)$	$m(\alpha_2)$	$m(\alpha_3)$	$m(\alpha_4)$	$m(\alpha_5)$	$m(\alpha_6)$	$m(\alpha_7)$	$m(\alpha_8)$	$m(\alpha_9)$	$m(\alpha_{10})$	$m(\alpha_{11})$	$m(\alpha_{12})$
m_1^p	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
m_2^p	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
m_3^p	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
m_4^p	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
m_5^p	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
m_6^p	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
m_7^p	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
m_8^p	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

b) Gegeben sei das folgende zyklische Überdeckungsproblem durch die Primimplikantentafel der Booleschen Funktion f:

$PIT(f) =$

	0	1	2	3	4	5
$A = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_4}$	1		1			
$B = \overline{x_1}\,\overline{x_3}\overline{x_4}$	1				1	
$C = \overline{x_1}\,\overline{x_2}x_4$		1		1		
$D = \overline{x_1}\overline{x_3}x_4$		1				1
$E = \overline{x_1}\overline{x_2}x_3$			1	1		
$F = \overline{x_1}x_2\overline{x_3}$					1	1

Bestimmt *alle* Minimalpolynome mit Hilfe der Methode von Petrick. Die Bezeichnungen $A - F$ für die Primimplikanten dienen lediglich zur Vereinfachung der Berechnungen.

Aufgabe 4 (2 + 1 Punkte)

Eine Boolesche Funktion $f \in \mathcal{B}_n := \{f | f\colon \{0,1\}^n \to \{0,1\}\}$ heißt *monoton*, wenn für alle $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$, $(\beta_1, \ldots, \beta_n) \in \{0,1\}^n$ gilt

$$\Big(\forall i \in \{1, \ldots, n\}\colon \alpha_i \leq \beta_i\Big) \implies \Big(f(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \leq f(\beta_1, \ldots, \beta_n)\Big).$$

a) Überprüfe, ob die Booleschen Funktionen $f_1, f_2 \in \mathcal{B}_3$, welche durch die Booleschen Ausdrücke $f_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3$ und $f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + \overline{x_1}\,\overline{x_3}$ gegeben sind, monoton sind.

b) Beweise oder widerlege die folgende Aussage: Ist $f \in \mathcal{B}_n$ eine monotone Funktion, die sowohl den Wert 0 als auch den Wert 1 annimmt, besteht jeder Primimplikant von f ausschließlich aus positiven Literalen.

Abgabe: bis Donnerstag, den 15.06.2023, 08:15 Uhr per e-Mail an den Tutor und Christina Plump mit folgendem Betreff: [TI-Abgabe] <Tutorium> - <Gruppe>: Blatt <Blatt>