Prof. Dr. Sebastian Siebertz Sommersemester 2024

Theoretische Informatik 2

Blatt 10

Keine Abgabe

---

1. Betrachtet die folgenden Probleme Partition

> **Eingabe:** Ganze Zahlen $a_1, \dots, a_n$.
>
> **Frage:** Gibt es eine Partition der Zahlen, so dass beide Teile die gleiche Summe bilden, d.h. eine Teilmenge $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ von Indizes, so dass $\sum_{i \in I} a_i = \sum_{j \notin I} a_j$?

und Subset Sum:

> **Eingabe:** Ganze Zahlen $a_1, \dots, a_n$ und eine Zahl b.
>
> **Frage:** Gibt es eine Teilmenge der Zahlen, die zu b summieren, d.h. eine Teilmenge $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ von Indizes, so dass $\sum_{i \in I} a_i = b$?

(a) Beweist, dass Partition $\leq_p$ Subset Sum.

(b) Beweist, dass Subset Sum $\leq_p$ Partition.

2. Das Dominating Set Problem ist das folgende Problem:

> **Eingabe:** Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl k.
>
> **Frage:** Gibt es eine dominierende Menge der Größe höchstens k, d.h. eine Menge $D \subseteq V$, so dass für jeden Knoten $v \in V(G)$ gilt $v \in D$ oder es existiert $w \in D$, so dass $\{v, w\} \in E$?

Wenn SETH gilt, so kann Dominating set mit n Knoten und Parameter k für beliebiges festes $\epsilon > 0$ nicht in Zeit $\mathcal{O}(n^{k-\epsilon})$ gelöst werden.

Das Set Cover Problem ist das folgende Problem:

> **Eingabe:** Ein Mengensystem $\mathcal{F} = \{S_1, \dots, S_n\}$ und eine Zahl k.
>
> **Frage:** Gibt es eine Mengenüberdeckung der Größe höchstens k, d.h. eine Menge $I \subseteq \{1, \dots, n\}$, so dass $\bigcup_{i \in I} S_i = \bigcup_{1 \leq j \leq n} S_j$?

(a) Beweist, dass wenn SETH gilt, so kann Set Cover mit n Mengen und Parameter k für beliebiges festes $\epsilon > 0$ nicht in Zeit $\mathcal{O}(n^{k-\epsilon})$ gelöst werden.