

Probeklausur 2

zur Theoretischen Informatik 1

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Hinweise:

1. Bitte erst umblättern, sobald die Aufsicht die Anweisung dafür gibt.
2. Die Klausur besteht aus 6 Seiten + Deckblatt.
3. Bearbeitungszeit: 90 Minuten.
4. Zugelassene Hilfsmittel: Stifte.
5. Bitte schreibt euren Namen auf jedes Blatt.
6. Tragt eure Lösungen zu den Aufgaben in den Freiraum der zugehörigen Seite ein. Es kann auch die Rückseite benutzt werden. Falls ihr zusätzliches Papier benötigt, zeigt bitte deutlich auf. Am Ende der Bearbeitungszeit müssen *alle* Blätter abgegeben werden.

Viel Erfolg!

Von der prüfenden Person auszufüllen

1	2	3	4	5	B		Σ

Klausurnote:

Note des Übungsbetriebs:

Gesamtnote:

Datum / Unterschrift

1.

(5+5+5+5 Punkte)

- (a) Gebt die Definition einer Grammatik an. Gebt auch die Definition einer Ableitung und die von einer Grammatik erzeugten Sprache an.
- (b) Ein Palindrom ist ein Wort, das vorwärts und rückwärts gelesen gleich ist, wie zum Beispiel *radar* oder *anna*. Gebt eine kontextfreie Grammatik für die Sprache

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ ist ein Palindrom}\}$$

an.

- (c) Gebt die Definition einer Grammatik in Chomsky-Normalform an.
- (d) Wandelt eure Grammatik aus Aufgabenteil (b) in Chomsky-Normalform um. Falls sich diese bereits in Chomsky-Normalform befindet, so habt ihr die Punkte bereits erreicht.

2. Es sei $\Sigma = \{a, b\}$. (5+10+5 Punkte)

- (a) Gebt das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen an.
- (b) Beweist mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die Sprache

$$L = \{c^i b^j a^k \mid 3i = 2j \text{ und } 2j = k, i, j, k \geq 0\}$$

nicht kontextfrei ist.

- (c) Gebt eine kontextfreie Grammatik für die Sprache

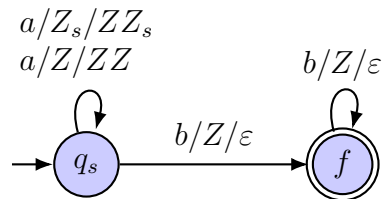
$$L' = \{c^i b^j a^k \mid 3i = 2j \text{ oder } 2j = k, i, j, k \geq 0\}$$

an.

3.

(5+5+5+5 Punkte)

- (a) Gebt die Definition eines Kellerautomaten mit Akzeptanz per akzeptierenden Zuständen, sowie eines Kellerautomaten mit Akzeptanz per leerem Keller an. Die Begriffe der Konfiguration, der Konfigurationsübergänge und der akzeptierten Sprache müssen nicht definiert werden.
- (b) Gegeben sei der folgende Kellerautomat mit Akzeptanz per akzeptierenden Zuständen.



Gebt die von dem Kellerautomaten akzeptierte Sprache an.

- (c) Wandelt den Kellerautomaten in einen äquivalenten Kellerautomaten mit Akzeptanz per leerem Keller um.
- (d) Gebt einen Kellerautomaten (mit beliebiger Akzeptanz) für die Sprache

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ ist ein Palindrom}\}$$

an.

4.

(5+10+5 Punkte)

- (a) Gegeben sei die folgende Grammatik $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$P = \{S \rightarrow SS \mid aSb \mid bSa \mid aS \mid \epsilon\}$$

Gebt einen Ableitungsbaum für das Wort baa an.

- (b) Wandelt die Grammatik in einen Kellerautomaten \mathcal{A} mit $L(\mathcal{A}) = L(G)$ um (mit Akzeptanz per leerem Keller). Verwendet dazu die Konstruktion aus der Vorlesung.
- (c) Gebt eine akzeptierende Konfigurationsfolge des Automaten für das Wort baa an.

5.

(15+5 Punkte)

- (a) Gegeben sei die Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ mit

$$P = \{ S \longrightarrow SA \mid a, \\ A \longrightarrow BS, \\ B \longrightarrow BB \mid BS \mid b \mid c \}.$$

Benutzt den CYK-Algorithmus um zu prüfen, ob $bacba \in L(G)$.

- (b) Liegt das Wort in der Sprache, wenn A das Startsymbol von G ist?

B.

(10 + 10 Bonuspunkte)

- (a) Sei L eine unendliche kontextfreie Sprache. Beweist, dass eine Konstante c existiert, so dass für jedes $w \in L$ ein $w' \in L$ existiert mit $|w| < |w'| < |w| + c$.
- (b) Zeigt, dass die Sprache

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ gerade, } w \neq vv \text{ für alle } v \in \{a, b\}^*\}$$

kontextfrei ist.