



Probeklausur

zur Theoretischen Informatik 2

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Hinweise:

1. Bitte erst umblättern, sobald die Aufsicht die Anweisung dafür gibt.
2. Die Klausur besteht aus 6 Seiten + Deckblatt.
3. Bearbeitungszeit: 90 Minuten.
4. Zugelassene Hilfsmittel: Stifte.
5. Bitte schreibt euren Namen auf jedes Blatt.
6. Tragt eure Lösungen zu den Aufgaben in den Freiraum der zugehörigen Seite ein. Es kann auch die Rückseite benutzt werden. Falls ihr zusätzliches Papier benötigt, zeigt bitte deutlich auf. Am Ende der Bearbeitungszeit müssen *alle* Blätter abgegeben werden.

Viel Erfolg!

Von der prüfenden Person auszufüllen

1	2	3	4	5	B	Σ

Klausurnote:

Bonus aus dem Übungsbetrieb:

Gesamtnote:

1. Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch? Gebt jeweils eine kurze Begründung an. Im Folgenden sind $L, L', L'' \subseteq \Sigma^*$ beliebige Sprachen. ($5 \times 4 = 20$ Punkte)
- (a) Wenn L nicht semi-entscheidbar ist, dann ist L entscheidbar.
 - (b) Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, \sqcup, \Delta, Q_s, F)$ eine NTM, die L entscheidet und sei \mathcal{A}' wie \mathcal{A} , aber mit den Endzuständen vertauscht, also $\mathcal{A}' = (Q, \Sigma, \Gamma, \sqcup, \Delta, Q_s, Q \setminus F)$. Beachte, dass \mathcal{A} auf allen Eingaben terminiert, da sie L entscheidet. Dann erkennt \mathcal{A}' das Komplement $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ von L .
 - (c) Wenn $L \leq L'$ und $L' \leq L''$, dann auch $L \leq L''$.
 - (d) Es gibt Sprachen, die von einer NTM, aber nicht von einer DTM entschieden werden können.
 - (e) Wenn eine Sprache von einer Grammatik erzeugt wird, so ist sie entscheidbar.

2. Gebt jeweils eine formale Definition der folgenden Begriffe an. ($6 + 6 + 8 = 20$ Punkte)

(a) Reduktion von einem Problem $L \subseteq \Sigma^*$ auf ein Problem $L' \subseteq \Sigma^*$.

(b) Entscheidbarkeit und Semi-Entscheidbarkeit.

(c) Die 4 Typen von Grammatiken der Chomsky-Hierarchie.

3. Gegeben sei das folgende WHILE-Programm, das mit Eingabe x_1, x_2 und Ausgabe x_3 eine Funktion $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ berechnet. (5 + 10 + 5 = 20 Punkte)

```
loop x1 do
    x1 := x1 + x1
end;
x3 := x2 - x1;
if x3 = 0 then
    x2 := x1
end;
x3 := x2
```

- (a) Gebt den Funktionswert für $f(3, 27)$ an.
- (b) Erklärt kurz die Funktionsweise des Programms und gebt f explizit an.
- (c) Welche Funktion wird berechnet, wenn die loop-Schleife durch die while-Schleife `while x1 ≠ 0 do` ersetzt wird? Begründet kurz.

4. Zeigt, dass die Sprache $L = \{a^n b^n a^{2n} \mid n \geq 1\}$ über $\Sigma = \{a, b\}$ von einer Typ 1 Grammatik erzeugt wird. (20 Punkte)

5. Beweist, dass folgendes Problem unentscheidbar, aber semi-entscheidbar ist.

(20 Punkte)

Gegeben: Eine Turingmaschine M .

Frage: Hält M auf dem leeren Wort ϵ ?

Bonusaufgabe. Beweist, dass folgendes Problem nicht semi-entscheidbar ist:

(20 Bonuspunkte)

Gegeben: Eine Turingmaschine M .

Frage: Ist $L(M)$ unendlich?

Schmierpapier.