



# Probeklausur 2

## zur Theoretischen Informatik 2

Name: \_\_\_\_\_

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

### Hinweise:

1. Bitte erst umblättern, sobald die Aufsicht die Anweisung dafür gibt.
2. Die Klausur besteht aus 6 Seiten + Deckblatt.
3. Bearbeitungszeit: 90 Minuten.
4. Zugelassene Hilfsmittel: Stifte.
5. Bitte schreibt euren Namen auf jedes Blatt.
6. Tragt eure Lösungen zu den Aufgaben in den Freiraum der zugehörigen Seite ein. Es kann auch die Rückseite benutzt werden. Falls ihr zusätzliches Papier benötigt, zeigt bitte deutlich auf. Am Ende der Bearbeitungszeit müssen *alle* Blätter abgegeben werden.

**Viel Erfolg!**

### Von der prüfenden Person auszufüllen

1	2	3	4	5	B	$\Sigma$

Klausurnote:

Bonus aus dem Übungsbetrieb:

Gesamtnote:

---

Datum / Unterschrift

1. Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch und für welche ist die Antwort unbekannt? Gebt jeweils eine kurze Begründung an. Im Folgenden sind  $L, L', L'' \subseteq \Sigma^*$  beliebige Sprachen.  $(5 \times 4 = 20$  Punkte)

(a) Wenn  $L$  in NP, dann  $L$  in ExpTime.

(b) Wenn  $L, L' \in \text{NP}$ , dann gilt  $L \leq_p L'$ .

(c) Wenn  $L \leq_p L'$  und  $L' \leq_p L''$ , dann auch  $L \leq_p L''$ .

(d) Es gibt Sprachen, die von einer polynomialzeit-beschränkten NTM, aber nicht von einer polynomialzeit-beschränkten DTM entschieden werden können.

(e) Wenn  $L$  von einer Grammatik erzeugt wird, so gilt  $L \in \text{NP}$ .

**2.** Gebt jeweils eine formale Definition der folgenden Begriffe an. ( $6 + 6 + 8 = 20$  Punkte)

(a) Polynomialzeitreduktion von einem Problem  $L \subseteq \Sigma^*$  auf ein Problem  $L' \subseteq \Gamma^*$ .

(b) Die Komplexitätsklasse **NP**.

(c) Die Exponential Time Hypothesis (ETH).

3. HAMILTON CYCLE und HAMILTON PATH sind die folgenden Graphprobleme.

(6 + 14 = 20 Punkte)

#### HAMILTON CYCLE

**Eingabe:** Ein ungerichteter Graph  $G$ .

**Frage:** Enthält  $G$  einen Hamiltonkreis, d.h., gibt es eine Auflistung der Knoten von  $G$  als  $v_1, \dots, v_n$ , so dass  $\{v_i, v_{i+1}\} \in E(G)$  für alle  $1 \leq i < n$  und  $\{v_n, v_1\} \in E(G)$ ?

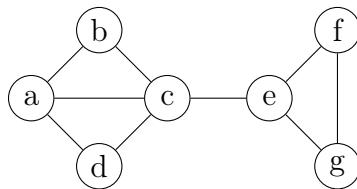
#### HAMILTON PATH

**Eingabe:** Ein ungerichteter Graph  $G$ .

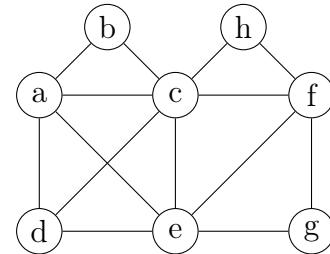
**Frage:** Enthält  $G$  einen Hamiltonpfad, d.h., gibt es eine Auflistung der Knoten von  $G$  als  $v_1, \dots, v_n$ , so dass  $\{v_i, v_{i+1}\} \in E(G)$  für alle  $1 \leq i < n$ ?

- (a) Gebt für die folgenden drei Graphen an, ob sie einen Hamiltonpfad bzw. einen Hamiltonkreis, oder beides enthalten.

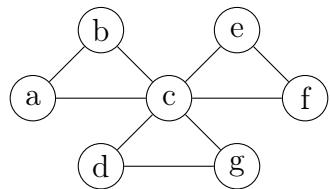
i)



ii)



iii)



- (b) Zeigt, dass HAMILTON CYCLE  $\leq_p$  HAMILTON PATH (ihr dürft auf die Rückseite schreiben).

4. DIRECTED FEEDBACK VERTEX SET ist das folgende Graphproblem. (20 Punkte)

DIRECTED FEEDBACK VERTEX SET

**Eingabe:** Ein gerichteter Graph  $G$  und eine Zahl  $k$ .

**Frage:** Enthält  $G$  eine Menge von Knoten  $S$  mit  $|S| \leq k$ , so dass  $G - S$  keinen gerichteten Kreis enthält?

Wenn die ETH gilt, so kann VERTEX COVER auf Graphen mit  $n$  Knoten nicht in Zeit  $2^{o(k)} \cdot n^{\mathcal{O}(1)}$  gelöst werden. Zeigt, dass dann auch DIRECTED FEEDBACK VERTEX SET auf Graphen mit  $n$  Knoten nicht in Zeit  $2^{o(k)} \cdot n^{\mathcal{O}(1)}$  gelöst werden kann.

5. Zeigt, dass das Wortproblem für Turingmaschinen NP-schwer ist.

(20 Punkte)

**Eingabe:** Eine Turingmaschine  $M$  und ein Wort  $w$ .

**Frage:** Akzeptiert  $M$  das Wort  $w$ ?

**Bonusaufgabe.** Zeigt HAMILTON PATH  $\leq_p$  SAT.

(20 Bonuspunkte)

Schmierpapier.