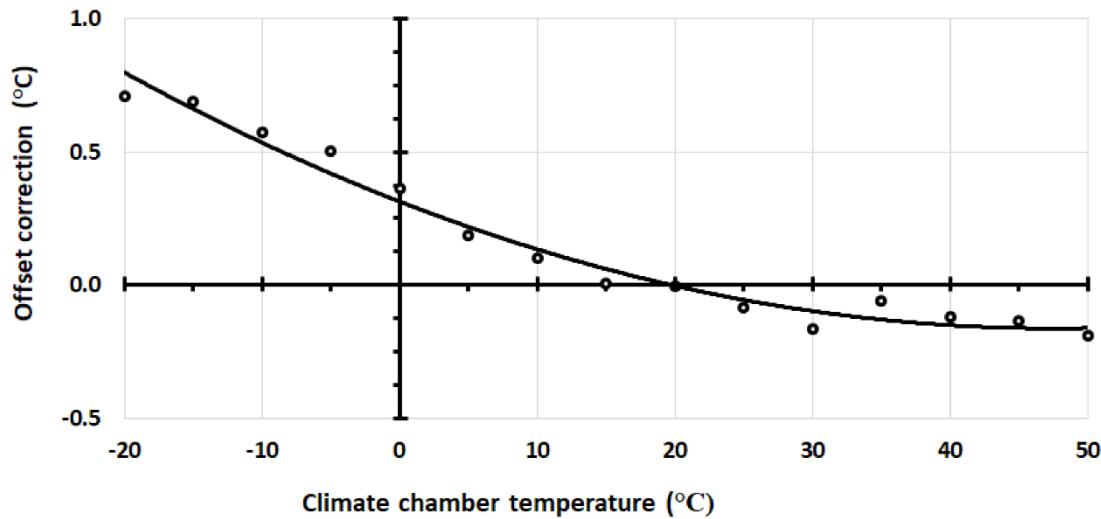


Sensordatenverarbeitung

# BAYES-ALGORITHMEN (13C)

(ab 20.1.25)

- Systematische Fehler eines Temperatursensors kompensieren
- $T_{kor}(T_{gem}) = T_{gem} + aT_{gem}^2 + bT_{gem} + c$
- a, b, c aus Daten bestimmen
  - kalibrieren
- $X = (a, b, c)$
- $z = (T_{wahr1}, \dots, T_{wahrn})$
- $Z_i = T_{kor}(T_{gemi}) + N_i$ ,
  - $N_i$  ist Gauß-verteilter Messfehler
- $\hat{x}$  = wahrscheinlichste (a, b, c)



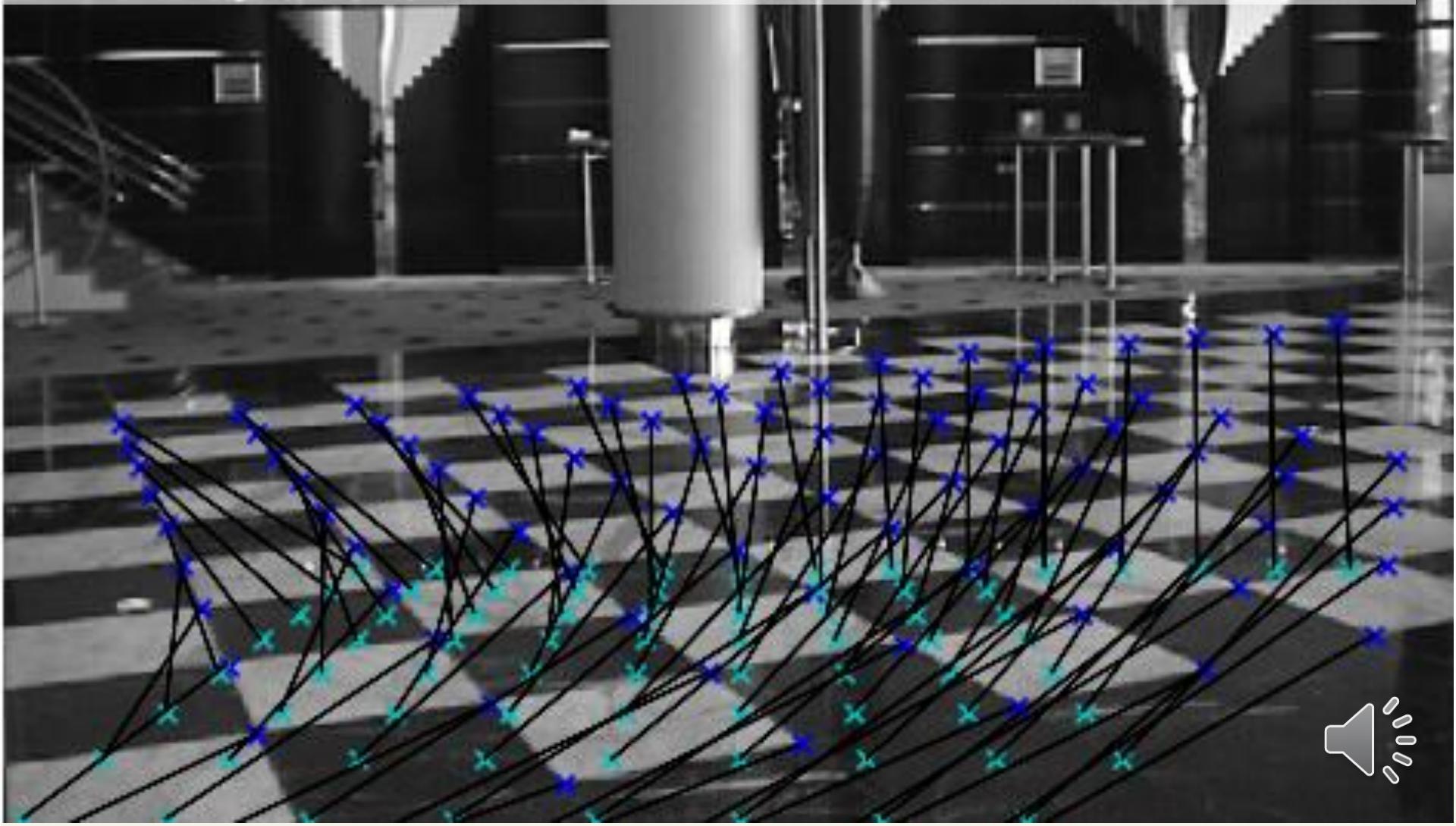
Quelle: G.D.Lewis et al., Enhanced Accuracy of CMOS Smart Temperature Sensors by Nonlinear Curvature Correction, Sensors 2018 18(12), <https://doi.org/10.3390/s18124087>

- Wir suchen eine Funktion  
3D-Punkt in Welt  $\rightarrow$  2D-Punkt in Bild
- Bekannte Formel mit unbekannten  
Parametern  $\Theta$
- $p^{(I)} = f(\theta, p^{(W)})$
- Bestimme  $\Theta$  aus einem Bild
- Ecken des Schachbretts  $p_i, i=1..n$ 
  - $p_i^{(W)}$  bekannt,
  - $p_i^{(I)}$  im Bild erkannt
- $X = \Theta$
- $Z_i = f(\theta, p_i^{(W)}) + N_i$ 
  - $N_i$  ist Gauß-verteilter Messfehler
- $z = (p_1^{(I)}, \dots, p_n^{(I)})$
- $\hat{x} = \hat{\theta}$  wahrscheinlichstes  $\Theta$



## Beispiel Kamerakalibrierung

- ▶ **Blau:** im Bild erkannte Ecken  $p_i^{(I)}$
- ▶ **Türkis:** projizierte Ecken  $f(\theta_{grob}, p_i^{(W)})$  für grobe Parameter  $\theta_{grob}$

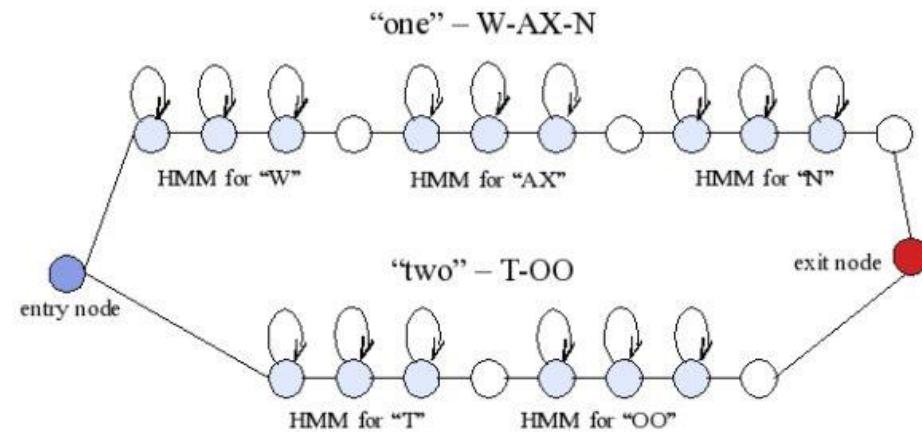


## Beispiel Kamerakalibrierung

- ▶ Endergebnis: Geschätzte Parameter  $\hat{\theta}$ , 0.9px mittlerer Fehler



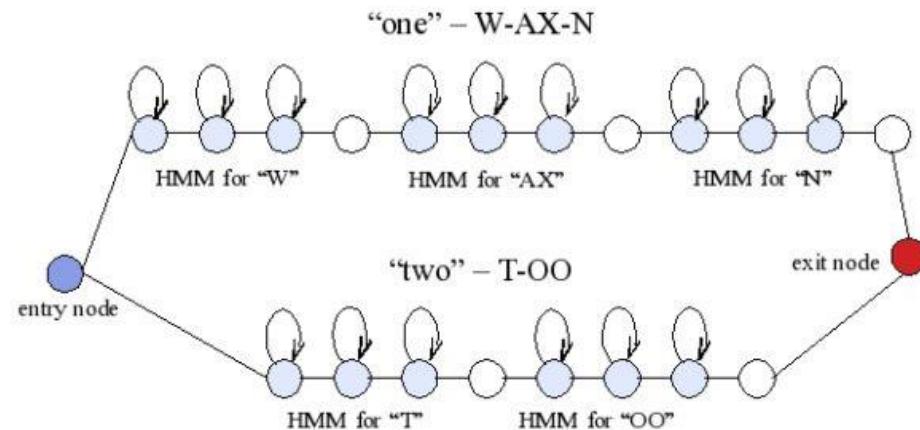
- Simple Idee für Spracherkennung
  - Audio → Features → Phoneme → Wörter
  - frühe harte Entscheidung (VL 9b)
- Besser: Wörter als Kontext bei der Phonemerkennung nutzen
- Hidden Markov Model (HMM) modelliert Sprache als Pfad durch einen Graphen
  - Kanten mit Wahrscheinlichkeit
  - Knoten mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen des Audiofeatures
- Was ist der wahrscheinlichste Pfad gegeben das Audiosignal?



Quelle: O. Pasquet, op.recognize,  
<https://www.opasquet.fr/op-recognize/>

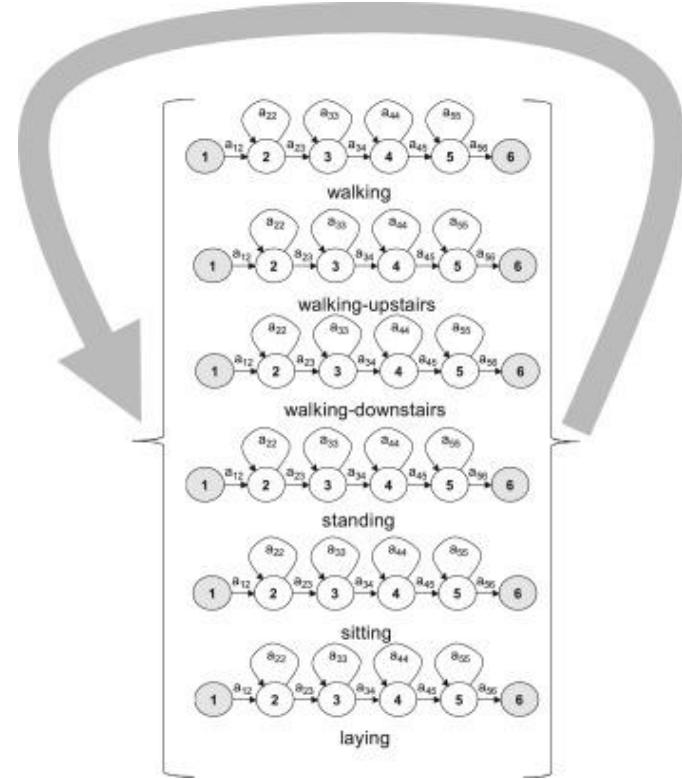


- $X = (n_1, \dots, n_T)$ , Wahrheit ist Folge von Knoten
- $z = (f_1, \dots, f_T)$ , Messung ist Folge von Features
- Graph kombiniert Wörterbuch, Wissen über Phoneme und (ggf.) Grammatik
- $P(Z_i = z_i | X_i = x_i)$  Verteilung von Audiofeatures im Knoten  $x_i$ ,
  - aus Daten gelernt
- $P(X_i = x_i | X_{i-1} = x_{i-1})$  steht an Kante von  $x_{i-1}$  nach  $x_i$ 
  - sonst 0
  - aus Daten gelernt



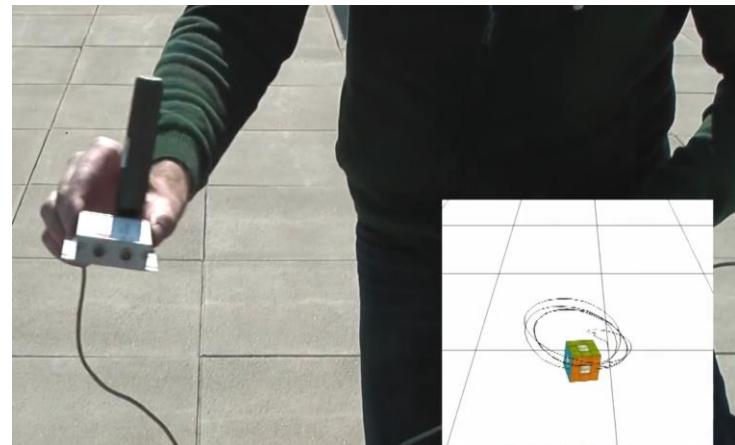
Quelle: O. Pasquet, op.recognize,  
<https://www.opasquet.fr/op-recognize/>

- Aus Inertialsensordaten
- Analog wie Spracherkennung
- HMM unterteilt Aktivitäten in Phasen (Knoten) mit Übergängen (Kanten)
- Kanten mit Wahrscheinlichkeiten
  - aus Daten gelernt
- Knoten mit Wahrscheinlichkeitsverteilung von Features
  - aus Daten gelernt
- Gesucht: Wahrscheinlichster Pfad gegeben die Inertialsensorfeatures die ich gemessen habe



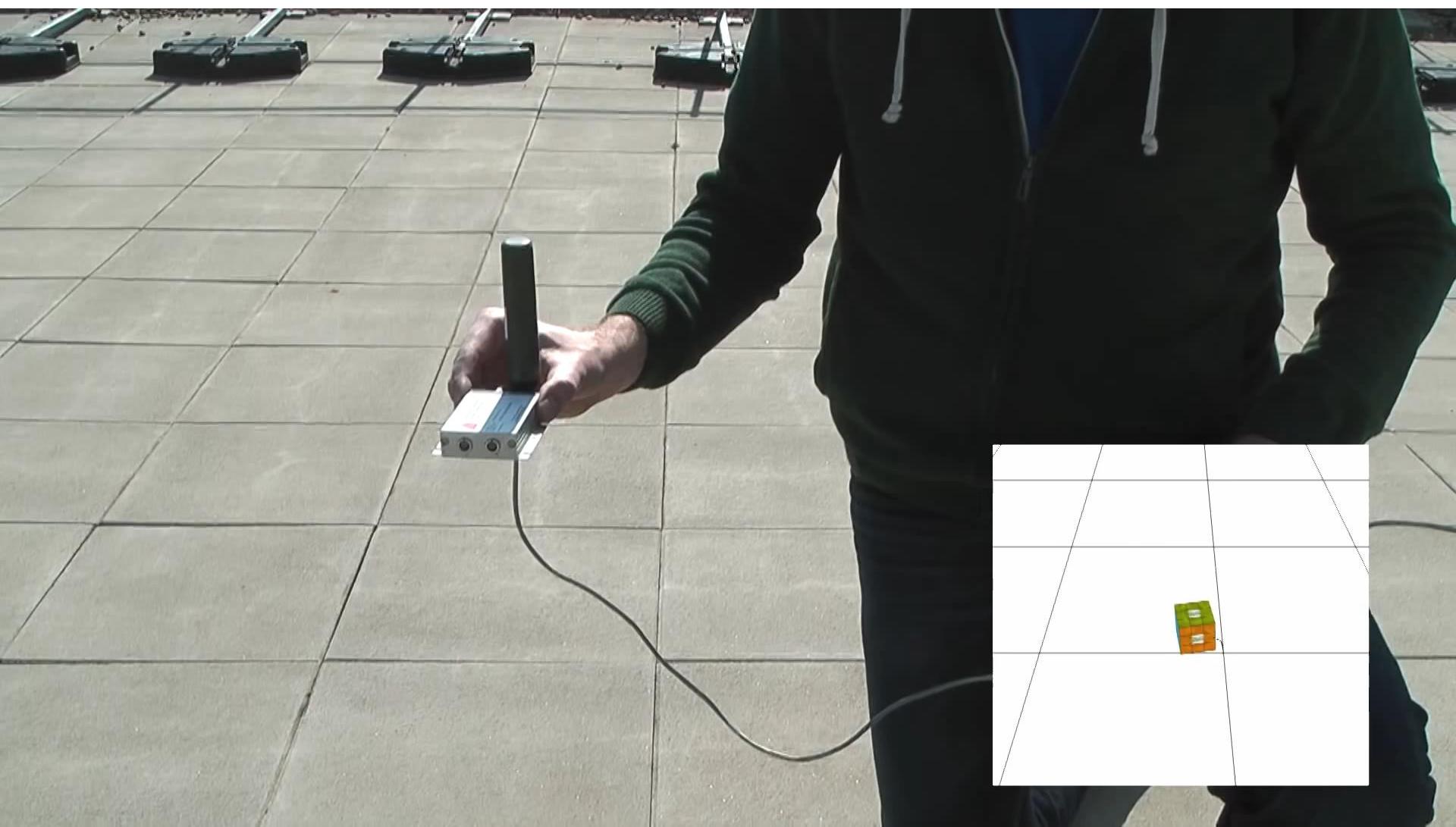
Quelle: R. San-Segundo et al.,  
Segmenting human activities based on  
HMMs using smartphone inertial sensors,  
Pervasive and Mobile Computing,  
Volume 30, 2016, Pages 84-96,  
<https://doi.org/10.1016/j.pmcj.2016.01.004>.

- Fusion von GNSS (z.B. GPS) und Inertialsensor
- Perfekte Kombination, weil
  - GPS absolut aber viel Rauschen,
  - Inertialsensor driftet aber kurzfristig genau
- $X_t$  ist Position  $p_t$ , Geschwindigkeit  $v_t$ , Orientierung  $T_{W \leftarrow I_t}$  zum Zeitpunkt t
- $Z_t$  ist GPS zum Zeitpunkt t
- $U_t$  ist Inertialsensormessung zum Zeitpunkt t
- $P(Z_t = z_t | X_t = x_t)$  Position plus Rauschen
- $P(X_t = x_t | X_{t-1} = x_{t-1}, U_t = u_t)$  Inertialsensor-Formel (VL 5c) plus Rauschen
- Gesucht: Wahrscheinlichster Verlauf von Position, Geschwindigkeit und Orientierung
- Realisierung mit sog. Kalman Filter



Quelle: Jan Zwiener, HS Karlsruhe



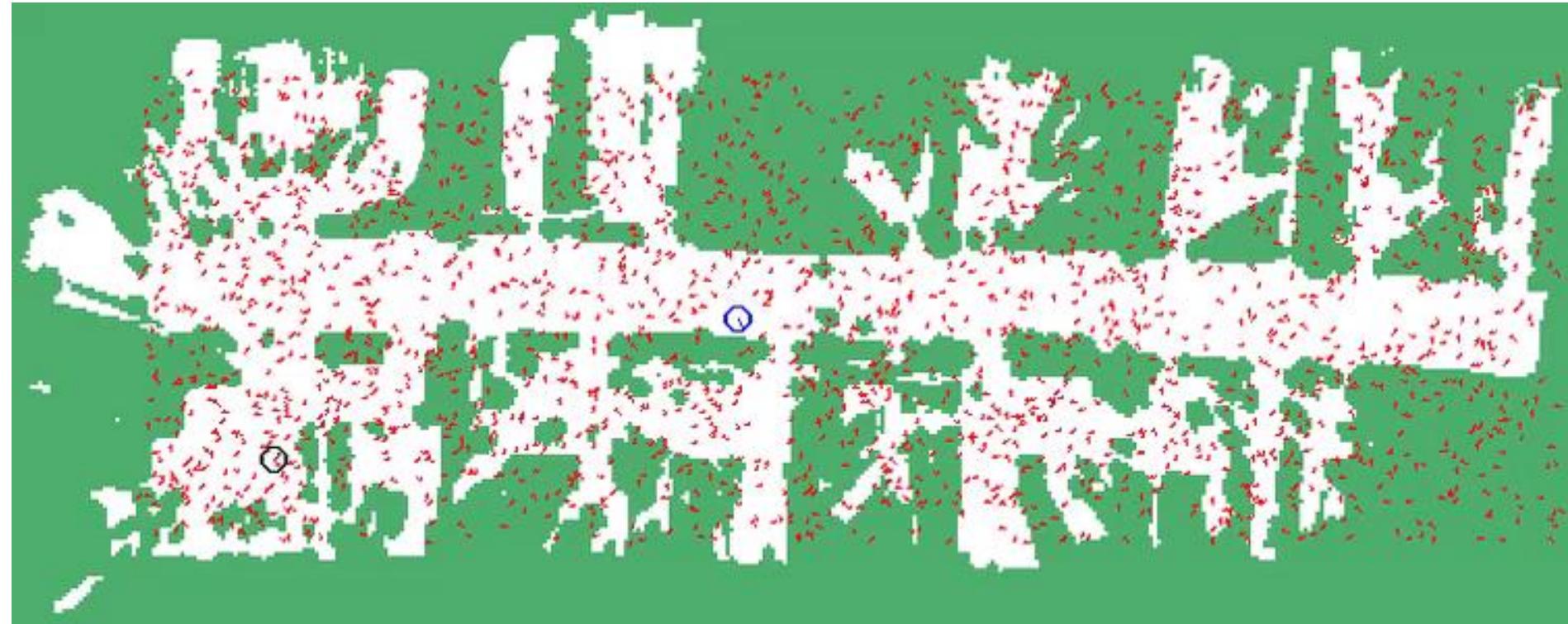


- Mobiler Indoor-Roboter mit
  - Ultraschall-Entfernungssensoren
  - Raddrehsensoren
- Gesucht: Pose des Roboters in vorgegebener Karte
- $X_t$  = Pose  $T_{W \leftarrow R_t}$  zum Zeitpunkt t
- $z_t = (z_{t1}, \dots, z_{tn})$  Ultraschall-Entfernungs messungen der Sensoren 1..n zum Zeitpunkt t
- $d(T_{W \leftarrow S})$  = berechnete Entferungen in Karte für Sensor in Pose S
- $P(Z = z | D = d)$  Wie wahrscheinlich ist Messung z, wenn wahre Entfernung d ist?
  - aus Daten bestimmt
- $P(Z_{ti} = z_{ti} | X_t = x_t) = P(Z = z | d = f(x_t \cdot T_{R \leftarrow S_i}))$
- $P(U_t = u_t | X_t = x_t, X_{t-1} = x_{t-1})$  Formel für Raddrehsensoren
- Realisierung mit sog. Partikelfilter

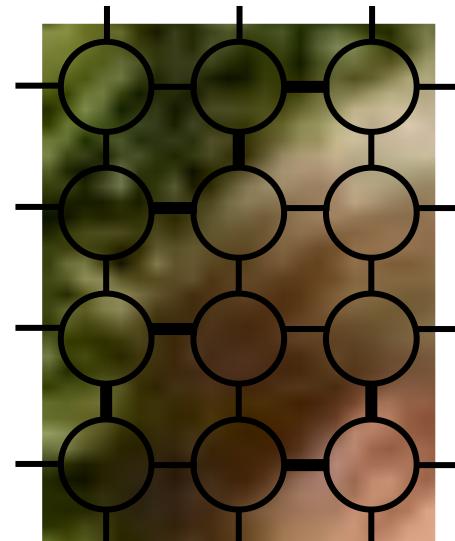


Quelle: Thrun, Burgard, Fox,  
Probabilistic Robotics, 2005





- Vordergrundobjekt / -person im Bild von Hintergrund trennen
- Aufgrund von Farbverteilung
- Mit Kontext: Objekte meist kompakte Regionen
- Gesucht: Segmentierung
- $X = (X_{ij}), X_{ij} \in \{FG, HG\}$
- $z = (z_{ij}), z_{ij} \in \mathbb{R}^3$
- $P(Z_{ij} = z_{ij} | X_{ij} = x_{ij})$  aus manuell markierter Stichprobe von FG/HG-Pixeln gelernt
- $P(SobelX(Z)_{ij} = sobelX(Z)_{ij} | X_{i-1..i+1,j} = x_{i-1..i+1,j})$   
 $P(SobelY(Z)_{ij} = sobelY(Z)_{ij} | X_{i,j-1..j+1} = x_{i,j-1..j+1})$ 
  - X-Regionengrenze bei kleinem  $|SobelX|$  selten
  - Y-Regionengrenze bei kleinem  $|SobelY|$  selten





- Maschinelles Lernen: Wir haben eine generische Funktion  $f(\theta, x)$ , die durch geeignete Wahl von Parametern  $\Theta$  verschiedene Aufgaben erfüllen kann (z.B. Neuronales Netz).
- Wir wollen, dass sie  $X$  auf  $Y$  abbildet (Zufallsvariablen), wobei das Zufallsexperiment eine zufällige Instanz der Aufgabe ist.
- Trainingsdatensatz sind Stichproben daraus.
- Lernen heißt dann...

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} E(|f(\theta, X) - Y|)$$

Eigentlich Erwartungswert bzgl. des Zufallsexperiments "zufällige Instanz". Uneigentlich an einem zufälligen Trainingsdatum.

- Sehr viele Probleme lassen sich als Bayes-Schätzung oder Bayes-Filter sehen
- Die Fragen sind immer:
- Was ist gesucht ( $X$ )?
- Was sind die Messungen ( $Z$ )?
- Was ist das Messmodell  $P(Z=z|X=x)$ ?
- Was ist die a-priori Verteilung  $P(X=x)$ ?

