

3. Übungsblatt

Ausgabe: 06.11.2023

Abgabe: 13.11.2023

Achtung: In diesem Übungsblatt dürfen nur Funktionen der Standardbibliothek (*standard prelude*) verwendet werden. Es dürfen also keine weiteren Bibliotheken importiert werden.

3.1 Spaß mit Listen

5 Punkte

Im ersten Teil dieses Übungsblatts wollen wir ein wenig mit Listen herumspielen. Die Funktion

`containsDoubleElem :: Eq a ⇒ [a] → Bool`

soll für uns entscheiden, ob in einer Liste aufeinanderfolgend zwei gleiche Elemente enthalten sind:

`containsDoubleElem "Hallo!" ↵ True`

`containsDoubleElem [1,2,1] ↵ False`

Nun wäre es natürlich nett, wenn wir aufeinanderfolgende doppelte Elemente aus einer Liste entfernen könnten. Das soll die Funktion

`removeDoubleElem :: Eq a ⇒ [a] → [a]`

tun:

`removeDoubleElem "Hallo! „Huhu!" ↵ "Hallo! „Huhu!"`

Was war noch mal ein *Palindrom*? Ach ja, das ist eine Zeichenkette, die vorwärts und rückwärts gelesen die gleiche Zeichenfolge darstellt:

`isPalindrome "ABBA" ↵ True`

`isPalindrome "PAPA" ↵ False`

Ein leerer String und eine Zeichenkette, die aus nur einem Zeichen besteht, sind selbstverständlich auch Palindrome...

Und schließlich noch eine Funktion für Leute, die nicht so gut rechnen können: neulich las ich im Zusammenhang einer Empfehlung, wieviel Trinkgeld man (z.B. beim Frisör) geben sollte: "Wenn Sie nicht wissen, wieviel 10% sind, dann runden sie einfach auf den nächsten Zehnerbetrag auf"(im Ernst, ohne Witz!). Die Welt braucht also eine Funktion, der eine Liste von (Euro-)Beträgen übergeben bekommt und zu jedem Preis den passenden zu zahlenden Betrag (also zuzüglich 10 Prozent Trinkgeld, gerundet auf ganze Eurobeträge) zurückgibt:

`computeTip :: [Float] → [(Float, Int)]`

Beispiel:

`computeTip [79.00, 19.20, 102.50] ↵ [(79.0,87),(19.2,21),(102.5,113)]`

Fürs Runden eignet sich übrigens die Funktion `round`.

3.2 Noch einmal Primzahlen...

5 Punkte

Gemäß der sogenannten *Goldbachschen Vermutung* lässt sich jede gerade Zahl größer als 2 als Summe zweier Primzahlen darstellen. Diese Vermutung ist unbewiesen, wobei bisher auch kein Gegenbeispiel gefunden werden konnte.

Wir schreiben zunächst eine Funktion

`nextPrime :: Integer → Integer ,`

die zu einer gegebenen Zahl die nächsthöhere Primzahl ermittelt:

`nextPrime 19 ↵ 23`

`nextPrime 1000 ↵ 1009`

Weiterhin ist es möglicherweise nützlich, eine Funktion

`primesUpTo :: Integer → [Integer]`

zu haben, die alle Primzahlen bis zu einer gegebenen Obergrenze in einer Liste zusammenfasst:

`primesUpTo 7 ~> [2,3,5,7]`

`primesUpTo 50 ~> [2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47]`

Nun können wir die Funktion

`goldbach :: Integer → [(Integer, Integer)]`

schreiben, die zu einer gegebenen geraden Zahl alle Paare primer Summanden aufzählt. Jedes Paar soll hierbei nur einmal – mit der kleineren Zahl zuerst – aufgeführt werden. Beispiel:

`goldbach 30 ~> [(7,23),(11,19),(13,17)]`

Nun benötigen wir allerdings nicht **alle** Primzahlpaare für eine gegebene Zahl. Es reicht ja aus, **ein** Beispiel für eine Zerlegung zu finden (das spart eine Menge Rechenzeit und wir können uns schneller der nächsten zu prüfenden geraden Zahl zuwenden). Hierfür definieren wir die Funktion

`goldbach2 :: Integer → (Integer, Integer, Integer) ,`

die zu einer vorgegebenen geraden Zahl größer als 2 ein Tripel zurückgibt, bestehend aus der Zahl selbst und ihren beiden primen Summanden. Der erste der beiden Summanden soll immer die **kleinstmögliche** Zahl für eine Zerlegung sein. Beispiel:

`goldbach2 1002 ~> (1002,5,997)`

Hier angekommen sind wir beispielsweise in der Lage, mögliche Zerlegungen der ersten drei geraden Zahlen ab einer Milliarde zu berechnen:

`[[goldbach2 a | a←[10^9,10^9+2..10^9+4]] ~>
[(1000000000,71,999999929),(1000000002,73,999999929),(1000000004,67,999999937)]`