Mat3 Blatt 5

Gruppe: 7
Maarten Behn, Niklas Borchers, Emre Kilinc

17

a)

F_X steigt genau an den Stellen sprunghaft an, an denen X Werte mit positiver Wahrscheinlichkeit annimt.

Sprung bei -2

$$\mathbb{P}\left(X=-2\right)=F_X(-2)-\lim_{x\to -2}F_X(x)=\tfrac{1}{4}-0=\tfrac{1}{4}$$

Sprung bei $-\frac{1}{2}$

$$\mathbb{P}\left(X=-\tfrac{1}{2}\right)=F_X\left(-\tfrac{1}{2}\right)-\lim_{x\to -\frac{1}{2}}F_X(x)=\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{4}=\tfrac{1}{4}$$

Sprung bei $\frac{3}{7}$

$$\mathbb{P}\left(X=\tfrac{3}{7}\right)=F_X\left(\tfrac{3}{7}\right)-\lim_{x\to \frac{3}{7}}F_X(x)=\tfrac{4}{5}-\tfrac{1}{2}=\tfrac{3}{10}$$

Sprung bei $\frac{8}{11}$

$$\mathbb{P}\left(X=\tfrac{8}{11}\right)=F_X\left(\tfrac{8}{11}\right)-\lim_{x\to \frac{8}{11}}F_X(x)=1-\tfrac{4}{5}=\tfrac{1}{5}$$

$$\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{4}+\tfrac{3}{10}+\tfrac{1}{5}=1$$

2/2

b)

$$\mathbb{P}(-1 < X \leq 1) = \mathbb{P}\left(-\tfrac{1}{2}\right) + \mathbb{P}\left(-\tfrac{3}{7}\right) + \mathbb{P}\left(-\tfrac{8}{11}\right) = \tfrac{1}{4} + \tfrac{3}{10} + \tfrac{1}{5} = \tfrac{3}{4}$$

$$\mathbb{P}\left(\tfrac{1}{2} < X \leq \tfrac{8}{11}\right) = \mathbb{P}\left(X = -\tfrac{1}{2}\right) + \mathbb{P}\left(X = -\tfrac{3}{7}\right) = \tfrac{1}{4} + \tfrac{3}{10} = \tfrac{11}{20}$$

$$\mathbb{P}\left(-2 < X < \tfrac{3}{7}\right) = \mathbb{P}\left(X = -\tfrac{1}{2}\right) = \tfrac{1}{4}$$

2/2

18

im Intervall $[0, 30]$ mit maximal 15 Minuten Zeitunterschied
$A = (t1, t2) \in \Omega : |t1 - t2| \leq 15$
$\Omega = [0, 30] \times [0, 30]$

Begründung fehlt für 30^2-15^2

$$\mathbb{P}(A) = \frac{30^2 - 15^2}{30^2} = 1 - \left(\frac{15}{30}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

2/4

19

a)

```r
# Generiere 10.000 Zufallszahlen aus N(-2, 9)
# mean: μ = −2
# sd:   σ^2 = 9 -> σ = 3
x <- rnorm(10000, mean = -2, sd = 3)

hist(x, breaks = 50, main = "Histogramm von N(-2, 9)",
xlab = "Werte", ylab = "Frequenz", col = "skyblue",
border = "white")
```

1/1

b)

$X \sim N(\mu = -2, \sigma^2 = 9)$
$\mathbb{P}(X \leq 0) = \underline{\frac{X - \mu}{\sigma}} = \frac{0 - (-2)}{3} = \frac{2}{3}$

Das ist nicht die W'keit für X <= 0

```r
# Anzahl der Werte ≤ 0
a <- sum(x <= 0)

# Relative Häufigkeit
rel <- a / length(x)

# Theoretische Wahrscheinlichkeit
theo <- pnorm(0, mean = -2, sd = 3)

cat("Relative Häufigkeit (Simulation):", rel, "\n")
cat("Theoretische Wahrscheinlichkeit :", theo, "\n")
```

c) fehlt. 0/1,5 1,5/1,5

20

a)

Richtig denn,
für stetige Verteilungen ist F_X stetig(Es steht imgrunde in der Aufgabe). 1/1

b)

Richtig denn,
allgemein gilt für jede Verteilungsfunktion egal ob die Zufallsvariable stetig, diskret oder gemischt ist, dass F_X monoton nicht fallend ist.

1/1

c)

Falsch, denn
auch wenn X stetig verteilt ist, bedeutet das nicht automatisch, dass F_X streng monoton ist. Es gibt stetige Verteilungen, bei denen auf F_X gewissen Intervallen konstant ist Bei Zufallsvariablen, deren Dichte auf einem Teilintervall 0 ist beispielsweise. 1/1

d)

Richtig denn,
es existieren a, b mit $F_X(a) = 0, F_X(b) = 1$ für jede Verteilungsfunktion (mindestens asymptotisch) solche Werte a,b die beliebig nah hinanreichen.

wenn es aber nur asymptotisch passiert, dann existieren solche zahlen nicht!

0/1

11,5/16